

جوشنهای خازن مسطحی که در نقاط  $x = 0$  و  $x = 1$  واقع شده‌اند (طبق شکل) به ترتیب در پتانسیلهای  $0$  و  $100$  ولت قرار دارند و  $\epsilon = \epsilon_0(1 + x^2)$  می‌باشد. تغییرات ولتاژ

بصورت زیر است **۴۷**

$$\begin{aligned} v &= 100x & -2 \\ v &= \frac{100}{\pi} \tan^{-1} x & -3 \\ v &= 100(1 + x^2) - 100x & -3 \end{aligned}$$

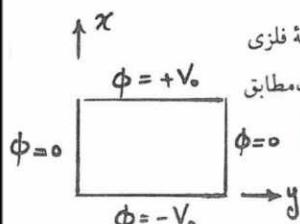
شرایط مرزی تابع برداری پتانسیل مغناطیسی ( $\bar{B} = \nabla \times \bar{A}$ ) برای مولفه‌های مماسی  $A_n$  و عمودی  $A_t$  عبارتست از:

$$\begin{aligned} A_{n1} &= A_{n2} \text{ و } \mu_1 A_{t1} = \mu_2 A_{t2} & -1 \\ \mu_1 A_{n1} &= \mu_2 A_{n2} \text{ و } A_{t1} = A_{t2} & -3 \\ A_{n1} &= A_{n2} \text{ و } A_{t1} = A_{t2} & -2 \\ A_{n1} &= A_{n2} \text{ و } A_{t1}/\mu_1 = A_{t2}/\mu_2 & -3 \end{aligned}$$

روی سطح کروی و سطح قاعده نیم کره‌ای بشعاع  $r = a$  و  $\varphi \leq 2\pi$  و  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  در فضای آزاد، بارالکتریکی سطحی به چگالی ثابت  $\rho_s$  قرار دارد.

پتانسیل الکتریکی در مبدأ مختصات ( $\theta = 0$ ) عبارت است از:

$$\begin{aligned} -\rho_s \frac{a}{\epsilon_0} &- 2 \\ \rho_s \frac{a}{\epsilon_0} &- 3 \end{aligned}$$



یک قطعه عایق کامل به ابعاد  $a$  و  $b$  و بطول بینهایت بین چهار صفحه فلزی بینهایت که مقطع آنشان داده شده است محصور می‌باشد. پتانسیل صفحات مطابق شکل داده شده‌اند. پتانسیل را در فضای داخل عایق محاسبه نمایید.

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\psi V_0}{n\pi} \sinh[n\pi(x - \frac{a}{b})] \sin(\frac{n\pi y}{b}) / \sinh(n\pi a/b) & -1 \\ \phi &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\psi V_0}{n\pi} \cosh[n\pi(x - \frac{a}{b})] \sin(\frac{n\pi y}{b}) / \cosh(n\pi a/b) & -2 \\ \phi &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\psi V_0}{n\pi} \sinh[n\pi y/a] \sin(\frac{n\pi x}{b}) / \sinh(n\pi a/b) & -3 \\ \phi &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\psi V_0}{n\pi} \cosh[n\pi y/b] \sin(\frac{n\pi x}{a}) / \cosh(n\pi a/b) & -4 \end{aligned}$$

در یک ماده غیر همگون (Inhomogeneous) و عاری از بار تغییرات ۴ درجهات  $x$

۶۱

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = \frac{\partial \epsilon}{\partial y}$$

-۱- معادلات لاپلاس صادق است یعنی  $\nabla^2 V = 0$

-۲- معادلات لاپلاس درجهات  $x$  و  $y$  صادق است یعنی  $\begin{cases} \nabla^2 V_x = 0 \\ \nabla^2 V_y = 0 \end{cases}$

-۳- معادلات لاپلاس صادق نبوده و بجای آن  $\nabla^2 V + \nabla V \cdot \nabla \epsilon = 0$  صادق است.

-۴-  $\nabla^2 V_z = 0$

دسته سطوح هم پتانسیل توسط  $c = xy + \epsilon$  بیان می‌شوند و  $E_z = 0$  است. در

۶۲

صورتی که در نقطه  $5$  مقدار  $E_x = 20 \text{ v/m}$  باشد  $\bar{E}$  بصورت:

$$\bar{E} = 20 \hat{a}_x + 5 \cdot \hat{a}_y \text{ v/m}$$

$$\bar{E} = (6y - 5x) \hat{a}_x + y^2 \hat{a}_y \text{ v/m}$$

$$\bar{E} = 4y \hat{a}_x + (4x - 8y) \hat{a}_y \text{ v/m}$$

$$\bar{E} = (100y - 50) \hat{a}_x \text{ v/m}$$

ناحیه  $5 < r < 3$  متر بین دو هادی استوانه‌ای شامل عایق غیرهموژن با  $\epsilon_r = \frac{1}{r}$  می‌باشد.

۶۳

(a) آیا معادله لاپلاس در ناحیه بین دو استوانه صادق است؟

(b) اگر پتانسیل هادی داخلی  $100$  ولت و پتانسیل هادی خارجی  $20$  ولت باشد معادله پتانسیل را بدست آورید.

-۱- معادله لاپلاس صادق است.

$$V = 272 - 156/\epsilon L n \rho$$

-۲- معادله لاپلاس صادق نیست.

$$V = 145 - 5\rho^2$$

-۳- معادله لاپلاس صادق نیست.

$$V = 272 - 156/\epsilon L n \rho$$

-۴- معادله لاپلاس صادق نیست.

$$V = 145 - 5\rho^2$$

قسمتی از فضاه که عاری از بار الکتریکی است را درنظر می‌گیریم و تابع پتانسیل را با  $V = V(r, \phi, \theta)$  نشان می‌دهیم، کدامیک از عبارات زیر صحیح است.

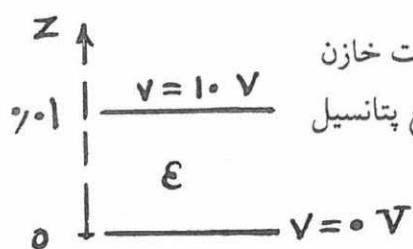
۶۴

۱- تابع پتانسیل حتماً دارای ماکریم و یا مینیمم است که مطابقت دارد با صفر شدن شدت میدان الکتریکی  $E$ .

۲- از آنجاکه تابع پتانسیل از بارهای موجود در خارج از فضای مورد بحث ناشی شده است ماکریم و می‌نیمم شدن آن بستگی بوضعیت آن بارها دارد.

۳- هیچگونه قضاوتی در باره ماکریم و می‌نیمم پتانسیل نمی‌توان کرد زیرا تابع پتانسیل کلی است و می‌تواند انواع تغییرات را داشته باشد.

۴- دراین قسمت از فضای تابع پتانسیل فاقد ماکریم یا می‌نیمم است زیرا باری وجود ندارد.



ضریب نفوذ الکتریکی نسبی بین صفحات خازن طبق رابطه  $\epsilon = \epsilon_0 e^{-\alpha z}$  تغییر می‌کند تابع پتانسیل  $V$  چگونه است.

۴۹

$$V = 10 \sin \frac{\pi z}{2x_0 + d} \quad -2$$

$$V = \frac{10 [e^{-\alpha z} - 1]}{e^{-\alpha d} - 1} \quad -4$$

$$V = 1000 Z \quad -1$$

$$V = \frac{10 [e^{\alpha z} - 1]}{e^{\alpha d} - 1} \quad -3$$

مطلوبیست محاسبه پتانسیل را در  $x=0$  در یک خازن با صفحات بینهایت و موازی، در حالیکه در  $x=0$  و در  $x=d$   $V=100$  ولت باشد. مابین دو صفحه خازن، دی الکتریک غیر همگن با مشخصات  $(\epsilon_0 + x\epsilon) / (1 + x)$  پوشیده است.

۵۰

$$40 \text{ V} \quad -2$$

$$60 \text{ V} \quad -4$$

$$30 \text{ V} \quad -1$$

$$50 \text{ V} \quad -3$$

در داخل کره دی الکتریک بشعاع  $a$  و ضریب دی الکتریک (پرمیتویته)  $\epsilon$  بارهای آزاد با دانسیته حجمی  $\rho = kr$  پخش شده است در اینجا  $k$  ثابت است و  $r$  فاصله نقطه داخل کره از مبدأ آن می‌باشد که در خلاء قرار گرفته است پتانسیل در مرکز کره

برابر است با :

۵۱

$$V = \frac{ka^r}{12\epsilon\epsilon_0} (\epsilon + 3\epsilon_0) \quad -2$$

$$V = \frac{ka^r}{4\epsilon\epsilon_0} (\epsilon + \epsilon_0) \quad -4$$

$$V = \frac{ka^r(3\epsilon + \epsilon_0)}{12\epsilon\epsilon_0} \quad -3$$

ناحیه بین دو استوانه، هم محور هادی با شعاعهای  $2cm$  و  $5cm$  دارای توزیع بار حجمی  $\epsilon_0 C/m^3$  باشد. اگر  $E_r$  و  $V$  هر دو در استوانه داخلی برابر با صفر باشند میزان  $V$  را در استوانه خارجی بدست آورید:

۵۲

$$\nabla^2 V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

- ۲ - هیچکدام

$$0/387 \text{ V} \quad -1$$

$$0/708 \text{ V} \quad -4$$

$$0/653 \text{ V} \quad -3$$

پتانسیل الکتریکی را در ناحیه  $\phi = \phi_0 e^{-\alpha x} \sin \alpha y$  در فضا بصورت  $y$  فرض می‌کنیم (که در آن  $\phi$  و  $\alpha$  اعداد ثابتی می‌باشند). اگر  $y$  یک رسانای کامل باشد مقدار باری را که در فاصله  $x < \infty$  و  $z < \infty$  در روی صفحه قرار دارد بحسب آورید.

**VII**

$$-\varepsilon_0 \phi_0 \alpha^2 - 2$$

$$\frac{-\varepsilon_0 \phi_0}{\alpha^2} - 1$$

$$+\varepsilon_0 \phi_0 - 4$$

$$-\varepsilon_0 \phi_0 - 3$$

ضریب دی الکتریک یک محیط نامحدود در سیستم مختصات کروی بصورت  $(1 + \frac{a}{r})\varepsilon_0$  داده شده است. مرکز یک کره کوچک هادی کامل به شعاع  $R$  که بار  $Q$  حمل می‌کند در  $r = R$  قرار دارد. معادله تغییرات پتانسیل استاتیک  $V(r)$  در ناحیه  $r > R$  (نسبت به مبدأ پتانسیل در  $r = \infty$ ) با رابطه زیر داده می‌شود:

مقادیر ثابت هستند

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r(a+r)} - 2$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} \ln \frac{K(a+r)}{r(a+k)} - 1$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a} \ln \frac{a+r}{r} - 4$$

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} - 3$$

یک میلیون قطره کروی کوچک از مایع هادی بشعاعهای مساوی  $2$  در فضا بفاصله خیلی دور از یکدیگر قرار دارند. بهر قطره پتانسیل  $V$  (نسبت به مبدأ بینهایت) اعمال شده است. نهایتاً از بهم پیوستن این قطرات کره‌ای یکنواخت ساخته می‌شود. پتانسیل این کره چقدر است؟

**VIII**

$$-2 \cdot 10^5 \text{ ولت}$$

$$-1 \cdot 10^6 \text{ ولت}$$

$$-4 \cdot 10^3 \text{ ولت}$$

$$-3 \cdot 10^7 \text{ ولت}$$

یک حباب توخالی از جنس مایع هادی بشعاع  $2 \text{ cm}$  و ضخامت  $10^{-2} \text{ cm}$  دارای پتانسیل  $1000$  ولت است، پتانسیل قطره‌ای که از ترکیدن حباب حاصل می‌شود

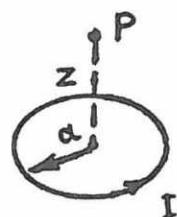
چقدر است؟ (قطره و حباب را کروی فرض کنید)

$$7,625 \text{ KV} - 2$$

$$10,250 \text{ KV} - 1$$

$$6,325 \text{ KV} - 4$$

$$8,695 \text{ KV} - 3$$



جریان I از یک حلقه دایره‌ای شکل به شعاع a می‌گذرد پتانسیل اسکالار مغناطیسی در نقطه P روی محور حلقه که در ارتفاع z قرار دارد برابر است با:

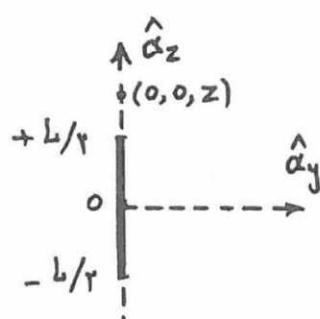
$$2I \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) \quad -2 \quad \frac{I}{2} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) \quad -1$$

$$I \left( 1 - \frac{2z}{\sqrt{a^2 + 4z^2}} \right) \quad -4 \quad \frac{I}{2\pi} \left( 1 - \frac{2z}{\sqrt{a^2 + 4z^2}} \right) \quad -3$$

صفحات شعاعی هادی کامل در  $45^\circ$  و  $\varphi = 30^\circ$  که از  $m = 0, 0, 2$  m می‌باشد، در دست است. اگر  $E_\varphi$  در  $r = 0, 2$  m و  $\varphi = 36^\circ$  و  $v/m = 240$  v/m برابر با  $45^\circ$  در  $45^\circ$  پتانسیل برابر صفر درنظر گرفته شود به فرض اینکه تابع پتانسیل فقط تابع  $\varphi$  باشد (با توجه به خیلی بزرگ فرض کردن صفحات فلزی)، مطلوب است محاسبه اختلاف پتانسیل بین این دو صفحه.

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad 5\pi \quad -2 \quad 4\pi \quad -1$$

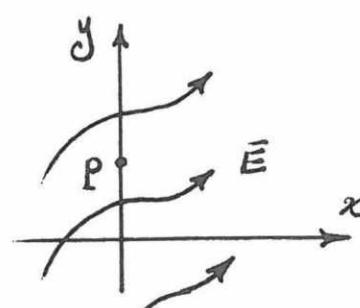
$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial r} \hat{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \hat{a}_\varphi + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{a}_z \quad 7\pi \quad -4 \quad 6\pi \quad -3$$



پتانسیل الکتریکی بر روی محور Z در نقطه  $(Z, 0, 0)$  وقتی  $Z > \frac{L}{2}$  است، برای یک توزیع بار الکتریکی خطی یکنواخت بطول L و چگالی بار  $\rho_1$  شکل مقابل را بدست آورید؟

$$\Phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Z-L/2}{Z+L/2} \right)^2 \quad -2 \quad \Phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{Z-L/2}{Z+L/2} \quad -1$$

$$\Phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{Z+L/2}{Z-L/2} \quad -4 \quad \Phi = \frac{\rho_1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Z+L/2}{Z-L/2} \right)^2 \quad -3$$



پتانسیل الکتریکی در صفحه z = 0 با رابطه  $\phi(x, y) = -e^{-x} \sin y$  داده شده است. اگر یک الکترون در نقطه  $P(0, \frac{\pi}{3})$  قرار داده شود، زوایه بین محور y-ها و جهت شروع حرکت الکترون چند درجه است؟

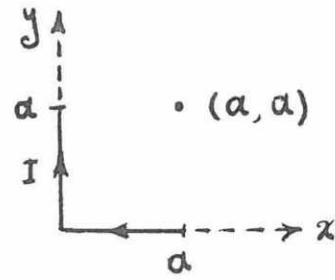
$$150 \quad -4 \quad 120 \quad -3 \quad 60 \quad -2 \quad 30 \quad -1$$

چگالی بار الکتریکی یکنواخت  $\left(\frac{C}{m^3}\right)$  در حجم کره‌ای از عایق کامل به شعاع  $a$  و ضریب دیالکتریک  $\epsilon$  حضور دارد. پتانسیل الکتریکی داخل عایق چقدر است؟

VV

$$\begin{array}{ll} \frac{\rho_0}{\epsilon(\epsilon - \epsilon_0)} (a^r - r^r) & -2 \\ \frac{\rho_0}{\epsilon} (a^r - r^r) + \frac{\rho_0 a^r}{3\epsilon_0} & -3 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \frac{\rho_0}{\epsilon} a^r - \frac{\rho_0}{\epsilon_0} r^r & -1 \\ \frac{\rho_0}{\epsilon} \left[ \frac{a^r}{\epsilon - \epsilon_0} + \frac{r^r}{\epsilon_0} \right] & -2 \end{array}$$

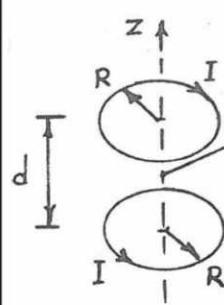
دو قطعه سیم نازک مستقیم با جریان  $I$  بطول  $a$  مطابق شکل دو ضلع یک مربع را تشکیل می‌دهند. بردار پتانسیل مغناطیسی  $\vec{A}$  در گوش متقابل چقدر است؟



$$\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln(1 + \sqrt{2}) (\hat{a}_y - \hat{a}_x) & -1 \\ \vec{A} &= \frac{\mu_0 I \sqrt{2}}{4\pi a} (\hat{a}_y + \hat{a}_x) & -2 \\ \vec{A} &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} (\hat{a}_y + \hat{a}_x) & -3 \\ \vec{A} &= \frac{\pi_0 I \ln(1 + \sqrt{2})}{4\pi a} (\hat{a}_y - \hat{a}_x) & -4 \end{aligned}$$

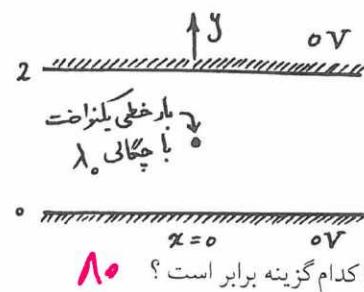
پتانسیل الکتریکی را در ناحیه  $z >$  در خلاء به صورت  $V = V_0 e^{-kz} \sin(kz)$  فرض می‌کنیم، که در آن  $V_0$  و  $k$  اعداد ثابتی می‌باشند. اگر سطح  $z = 0$  رسانای کامل باشد، مقدار بار نوار  $< x < \infty >$  و  $< y < \infty >$  واقع بر صفحه  $z = 0$  را به دست آورید.

$$\frac{\epsilon_0 V_0}{k^r} (4) \quad -\frac{\epsilon_0 V_0}{k^r} (3) \quad + \epsilon_0 V_0 (2) \quad - \epsilon_0 V_0 (1)$$



فاصله مراکز دو حلقه سیم دایروی مشابه از یکدیگر  $d$  بوده و جریان حلقه‌ها نظیر شکل مساوی و مختلف العلامه است. در فواصل بسیار دور، یعنی  $d > > r > > R > > r$ ، بردار پتانسیل  $\vec{A}$  با کدام گزینه متناسب است؟

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{d} (4) & \frac{1}{r} (3) \\ \frac{1}{r^2} (2) & \frac{1}{r^3} (1) \end{array}$$



(راهنمایی: نقطه A نسبت به بار خطی بسیار دور است)  

$$\frac{V_0}{1} - \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0} \ln(\frac{22}{2}) \quad (1)$$

$$= \frac{V_0}{1} - \ln(\frac{22}{2}) \quad (2)$$

$$= \frac{\lambda_0}{10\epsilon_0} e^{-\pi} \quad (3)$$

$$= \frac{e^{-\pi}}{10} \quad (4)$$

کره‌ای از دی الکتریک با ضریب نفوذپذیری الکتریکی  $\epsilon = 24$ ، به شعاع  $a$  با  
چگالی بار حجمی ثابت  $\rho$  ساخته شده است. پتانسیل الکتریکی در مرکز کره کدام است؟

۱۱

$$\frac{5a^3\rho}{12\epsilon_0} \quad (1)$$

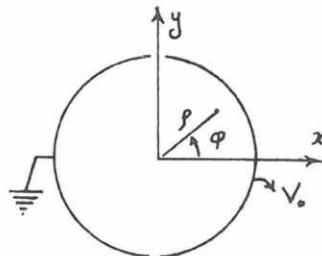
$$\frac{5a^3\rho}{6\epsilon_0} \quad (2)$$

$$\frac{a^3\rho}{4\epsilon_0} \quad (3)$$

$$\frac{a^3\rho}{12\epsilon_0} \quad (4)$$

شکل جواب معادله لaplas در داخل دو نیم استوانه طویل با شرایط مرزی نشان

داده شده در شکل زیر چگونه است؟ ( $A_n$ ,  $B_n$  و D ضرایب ثابت هستند).



$$V(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_n(\rho) \quad (1)$$

$$V(\rho, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n J_n(\rho) \quad (2)$$

$$V(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \rho^n \cos n\varphi + \frac{V_0}{r} \quad (3)$$

$$V(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \rho^n \cos n\varphi + B_n \rho^n \sin n\varphi) + D \ln \rho \quad (4)$$

در فضای خالی از یک سیم پیچ استوانه‌ای نامحدود (سیم‌لوه) به شعاع  $a$  جریان  
ثبت I می‌گذرد. تعداد دورهای سیم پیچ بسیار زیاد و  $n$  دور بر واحد طول فرض می‌شود.  
پتانسیل برداری  $\bar{A}$  داخل سیم پیچ و در فاصله  $\frac{a}{2}$  از محور آن (محور  $z$ ) با کدام عبارت بیان  
می‌شود؟

۱۲

$$\frac{\mu_0 n I a}{2} \hat{\varphi} \quad (1)$$

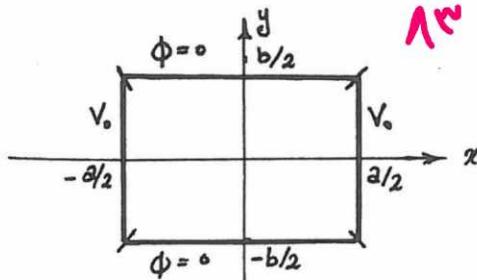
$$\frac{\mu_0 n I a}{4} \hat{\varphi} \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 n I a^3}{4} \hat{\varphi} \quad (3)$$

$$\mu_0 n I a \hat{\varphi} \quad (4)$$

اگر بخواهیم توزیع پتانسیل را در داخل شکل زیر به دست بیاوریم کدام یک از جواب‌های زیر می‌تواند مناسب باشد؟

۸۲



$$\sum A_n \cos(k_n x) \cos(k_n y) \quad (1)$$

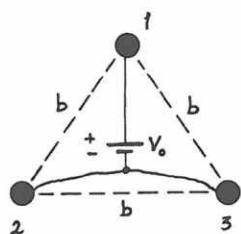
$$\sum A_n \cosh(k_n x) \cosh(k_n y) \quad (2)$$

$$\sum A_n \cos(k_n x) \cosh(k_n y) \quad (3)$$

$$\sum A_n \cosh(k_n x) \cos(k_n y) \quad (4)$$

سه سیم رسانای بسیار بلند هر یک به شعاع  $a$  که در رئوس یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $b$  و عمود بر صفحه قرار دارند، مفروضند. توسط یک سیم نازک رساناهای ۲ و ۳ به یکدیگر متصل شده و به قطب منفی یک منبع ولتاژ وصل می‌شوند. قطب مثبت منبع ولتاژ با سیم بسیار نازکی به رسانای ۱ اتصال می‌یابد. اگر  $a > b$  باشد، بار الکتریکی در واحد طول رسانای ۱ چند کولمب بر متر خواهد بود؟

۸۳



$$\frac{\pi \epsilon_0 V_0}{3 \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (1)$$

$$\frac{\pi \epsilon_0 V_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (2)$$

$$\frac{4\pi \epsilon_0 V_0}{\sqrt{3} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi \epsilon_0 V_0}{\sqrt{3} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (4)$$

در مختصات کروی پتانسیل الکتریکی روی سطح کره‌ای به شعاع  $a$  از مرکز مبدأ مختصات که هیچ بار الکتریکی را احاطه نمی‌کند به صورت  $V = \cos^2\theta$  تغییر می‌کند. پتانسیل الکتریکی در مبدأ مختصات چقدر است؟

۸۴

(۱) (۴)

 $\frac{1}{2}$  (۳) $\frac{1}{4}$  (۲)

۰ (۱)

سه کره رسانای یکسان به شعاع  $a$  در گوشه‌های یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $a$  قرار گرفته‌اند. در ابتدا بار هر کره  $Q$  بوده است. یکی از کره‌ها به زمین متصل می‌شود تا به حالت تعادل برسد. بار کره زمین شده تقریباً برابر است با:

۸۵

$$-\frac{a^2 Q}{l^2} \quad (1)$$

$$-\frac{2aQ}{l} \quad (2)$$

$$-\frac{aQ}{l} \quad (3)$$

(۱) صفر

صفحه  $\sigma_0$  یک رسانای کامل است. برای  $y > 0$  برای پتانسیل الکتریکی داریم  
 $V(x,y) = V_0 e^{-ax} \sin(\omega z)$ . بار موجود روی صفحه  $xz$  برای  $z < 0$  و  $z > 0$  چقدر خواهد بود؟

$$-2V_0\epsilon_0 \quad (1) \quad V_0\epsilon_0 \quad (2) \quad \frac{1}{2}V_0\epsilon_0 \quad (3) \quad -V_0\epsilon_0 \quad (4)$$

در فضای خالی روی سطح کره‌ای به شعاع  $a$  چگالی بارهای سطحی الکتریکی به صورت  $\sigma_0 \cos \theta$  فرض شده است ( $\sigma_0$  ثابت است). پتانسیل الکتریکی در داخل و خارج کره به صورت زیر بدست آمده است:

$$\begin{cases} V_i = Ar \cos \theta & r < a \\ V_o = \frac{B}{r} \cos \theta & r > a \end{cases}$$

ضرایب  $A$  و  $B$  به ترتیب عبارتند از:

$$\frac{\sigma_0 a^3}{3\epsilon_0}, \frac{\sigma_0}{3a\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_0 a^3}{\epsilon_0}, \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \quad (2)$$

در مرکز یک ابر کروی به شعاع  $R$  که دارای بار کل  $Q$  - (پختن شده به طور یکنواخت) است، یک بار نقطه‌ای  $Q$  قرار گرفته است. پتانسیل در نقطه‌ای به فاصله  $\frac{R}{2}$  از مرکز کدام است؟

$$\frac{2Q}{16\pi\epsilon_0 R} \quad (1)$$

$$\frac{5Q}{16\pi\epsilon_0 R} \quad (2)$$

$$\frac{-3Q}{16\pi\epsilon_0 R} \quad (3)$$

$$\frac{5Q}{32\pi\epsilon_0 R} \quad (4)$$

یک کره رسانا به مرکز مبداء مختصات با شعاع  $R$  به پتانسیل  $V_0$  وصل شده است و با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  حول محور  $Z$  دوران می‌کند. اندازه چگالی جریان سطحی الکتریکی روی سطح کره کدام است؟

$$\epsilon_0 \omega V_0 \quad (1)$$

$$\epsilon_0 \omega V_0 \cos \theta \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \epsilon_0 \omega V_0 \cos \theta \quad (3)$$

بین صفحات مسطح خازنی که در  $z = d$  و  $z = 0$  قرار دارند، ماده‌ای عایق با

$$\pm \rho_s \left( \frac{C}{m} \right) \quad (1) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \left( 1 + \frac{z}{d} \right)$$

اختلاف ولتاژ بین صفحات خازن چقدر است؟ **۸۸**

$$\frac{\rho_s \pi d}{4 \varepsilon_0} \quad (4)$$

$$\frac{2\pi \rho_s d}{\varepsilon_0} \quad (3)$$

$$\frac{\rho_s}{2\pi \varepsilon_0} \quad (2)$$

$$\frac{\rho_s d}{2\varepsilon_0} \quad (1)$$

در فضای خالی تابع پتانسیل الکتریکی در ناحیه‌ی داخل کره‌ای به شعاع ۳ متر به صورت  $V(x, y, z) = 6x^3 - 5y + 4z^3$  داده شده است. کل بار موجود در داخل این کره

$$\text{کدام است؟} \quad (88) \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-4} \frac{F}{m}$$

$$-4nC \quad (4)$$

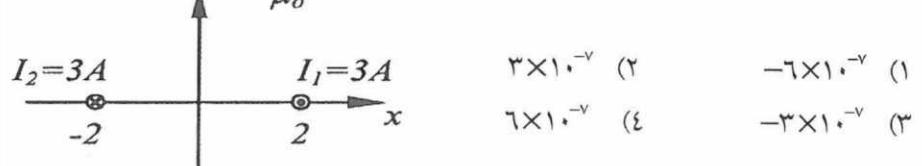
$$-10nC \quad (3)$$

$$-20nC \quad (2)$$

$$-80nC \quad (1)$$

جريان‌های رشته‌ای  $I_1$  و  $I_2$  به موازات محور  $z$  همانند شکل در فضای خالی ایجاد شده‌اند. محل، جهت و مقدار دو جريان رشته‌ای در شکل داده شده است. اگر  $\bar{A}$  بردار پتانسیل مغناطیسی ناشی از اين دو جريان باشد، آنگاه مقدار مشتق نسبی  $A_z$  در نقطه  $\frac{\partial}{\partial x}$  در نقطه

$$(0,0,0) \quad \text{کدام است؟ (می‌دانیم} \quad (89) \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}$$



از یک سیم‌پیچ استوانه‌ای نامحدود (سیم‌لوه) جريان ثابت  $I$  می‌گذرد. تعداد دورها بسیار زیاد و  $n$  دور بر واحد طول فرض می‌شود. بردار پتانسیل مغناطیسی  $\bar{A}$  خارج از سیم‌پیچ و در فاصله  $r$  از محور آن (محور  $z$ ) با کدام عبارت بیان می‌شود؟ (شعاع سیم‌پیچ را  $a$  و جهت جريان آن را  $\hat{\phi}$  فرض کنید). **۸۹**

$$\frac{\mu_0 n I a^r}{2\pi r} \hat{\phi} \quad (4)$$

$$\frac{\mu_0 n I a}{2} \hat{\phi} \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 n I r}{2} \hat{\phi} \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 n I a^r}{2r} \hat{\phi} \quad (1)$$

در دستگاه مختصات کروی روی سطح منحوض  $\theta = \frac{\pi}{6}$  برای  $r < a$  بار

سطوحی الکتریکی غیریکنواخت با چگالی  $\rho_s = r^2$  کولن بر متر مربع توزیع شده است.  
پتانسیل الکتریکی در مبدأ مختصات کدام است؟ (مرجع پتانسیل در بینهایت فرض می‌شود.)

۱۹

$$\frac{a^3}{6\epsilon_0} \quad (4)$$

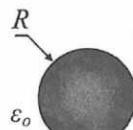
$$\frac{a^3}{12\epsilon_0} \quad (3)$$

$$\frac{a^3}{6\epsilon_0} \quad (2)$$

$$\frac{a^3}{12\epsilon_0} \quad (1)$$

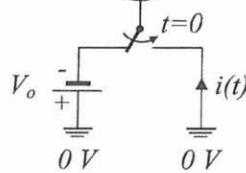
کره‌ای رسانا به شعاع  $R = 2m$  در فضای خالی قرار گرفته است. همانند شکل

این کره برای مدت زمان طولانی به منع ولتاژ مستقیم  $V_o = 10V$  باعلامت نشان داده شده



در شکل متصل بوده است. در لحظه  $t=0$  همانند شکل کره را به ولتاژ صفر متصل کرده‌ایم.

حاصل انتگرال  $\int_{-\infty}^t i(t') dt'$  کدام است؟ (در شکل ملاحظه می‌شود.)



$$40\pi\epsilon_0 \quad (2)$$

$$-40\pi\epsilon_0 \quad (1)$$

$$-80\pi\epsilon_0 \quad (4)$$

$$80\pi\epsilon_0 \quad (3)$$

در فضای خالی در ناحیه  $|z| < h$ ,  $0 \leq r \leq a$ ,  $0 \leq \phi < 2\pi$  از یک

دستگاه مختصات استوانه‌ای الکتریکی با چگالی حجمی یکنواخت  $\rho$  توزیع شده‌اند.

پتانسیل الکتریکی ناشی از این توزیع بار در محل مبدأ مختصات یک ولت است. اگر  $a$  و  $h$

دو نصف شوند ولی  $\rho$  بدون تغییر بماند، آنگاه پتانسیل الکتریکی در محل مبدأ مختصات چند

ولت خواهد بود؟

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

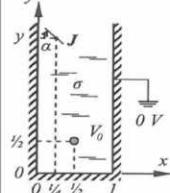
$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

یک استوانه رسانا که به ولتاژ مستقیم  $V_o$  متصل است همانند شکل در محل

$(x, y) = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$  در داخل یک کanal آب با رسانایی  $\sigma$  قرار دارد. دیوارهای کanal یعنی

صفحات  $x=0$ ,  $y=0$  و  $x=1$ ,  $y=0$  همگی در پتانسیل صفر ولت قرار دارند. زاویه خطوط

چگالی جریان  $J$  در داخل آب در محل  $x = \frac{1}{4}$  برای  $y >> 1$  که د. شکا. نا  $\alpha$  نشان داده



شده، کدام است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{8} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$

بار حجمی یکنواخت با چگالی ثابت  $\rho_0$  کولن بر متر مکعب، در حجمی به شکل نیم کره به شعاع  $a$  توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای از قاعده نیمکره به فاصله  $a/2$  از مرکز نیمکره چند ولت است؟

$$\frac{11\rho_0 a^3}{24\epsilon_0} \quad (2)$$

$$\frac{3\rho_0 a^3}{48\epsilon_0} \quad (4)$$

$$\frac{11\rho_0 a^3}{48\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\frac{3\rho_0 a^3}{24\epsilon_0} \quad (3)$$

شدت میدان مغناطیسی در نیم فضای  $x < 0$  که هیچ جریان الکتریکی در آن وجود ندارد به صورت  $\vec{H} = \exp(-bx)(3\sin(2y)\hat{x} + a\cos(2y)\hat{y})$  داده شده که در آن  $a$  و  $b$  اعداد ثابت و مجهول هستند. پتانسیل برداری مغناطیسی  $\vec{A} = A_z(x, y)\hat{z}$  در این ناحیه کدام است؟

$$A_z = -\frac{3}{2}\mu_0 e^{-rx} \sin 2y + c \quad (2)$$

$$A_z = -\frac{3}{2}\mu_0 e^{-rx} \cos 2y + c \quad (4)$$

$$A_z = \frac{3}{2}\mu_0 e^{rx} \sin 2y + c \quad (1)$$

$$A_z = \frac{3}{2}\mu_0 e^{rx} \cos 2y + c \quad (3)$$

صفحة  $y=0$  دو ماده مغناطیسی همگن را از یکدیگر جدا می‌سازد. در  $y > 0$  ضریب نفوذپذیری نسبی  $\mu_r = 2$  و در  $y < 0$ ,  $\mu_r = 3$  می‌باشد. اگر در  $y > 0$  میدان  $\vec{B} = \mu_0(\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})$  باشد، بردار مغناطیس شدگی  $\vec{M}$  در ناحیه  $y > 0$  کدام است؟

۹۱

$$\frac{1}{2}\hat{x} + \frac{1}{3}\hat{y} + \frac{1}{2}\hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{y} + \frac{1}{3}\hat{z} \quad (4)$$

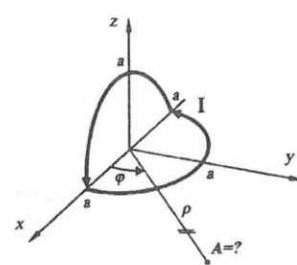
$$\frac{1}{3}\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{y} + \frac{1}{3}\hat{z} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}\hat{x} + \frac{1}{3}\hat{y} + \frac{1}{2}\hat{z} \quad (3)$$

استوانه توپری از جنس یک ماده مغناطیسی رسانا با ضریب نفوذپذیری نسبی  $\mu_r = 4\pi$  در دست است. محور این استوانه بر محور  $Z$  منطبق می‌باشد. شعاع استوانه  $a$  طول آن بینهایت و کل جریان عبوری از آن در جهت  $\hat{z}$  برابر  $I$  است. بردار پتانسیل مغناطیسی  $\vec{A}$  با فرض یکنواخت بودن توزیع جریان در داخل استوانه کدام است؟ فرض کنید در  $r = a$  داشته باشیم.

۹۱.  $\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{\pi} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \hat{z}$

$$\mu_0 I \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \hat{z} \quad (1) \quad \frac{\mu_0 I}{\pi} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \hat{z} \quad (3) \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \hat{z} \quad (2) \quad \frac{\mu_0 I}{\epsilon} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) \hat{z} \quad (4)$$



جريان مستقيم I مطابق شکل در یک مدار بسته شامل دو نیم دایره عمود بر هم جاری است. پتانسیل برداری  $\vec{A}(\rho, \varphi, z = 0)$  در فواصل خیلی دور از مدار و در صفحه  $Z = 0$  کدام است؟

$$\frac{\mu_0 I a^2}{8\rho^2} [(\hat{y} + \hat{z}) \cos \varphi + \hat{x} \sin \varphi] \quad (2) \quad \frac{\mu_0 I a^2}{8\rho^2} [(\hat{y} - \hat{z}) \sin \varphi - \hat{x} \cos \varphi] \quad (1)$$

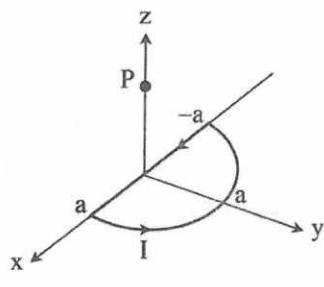
$$\frac{\mu_0 I a^2}{8\rho^2} [(\hat{y} + \hat{z}) \sin \varphi + \hat{x} \cos \varphi] \quad (4) \quad \frac{\mu_0 I a^2}{8\rho^2} [(\hat{y} - \hat{z}) \cos \varphi - \hat{x} \sin \varphi] \quad (3)$$

ناحیه  $x < 2d$  از عایقی با ضریب گذردهی غیریکنواخت به صورت  $\epsilon(x) = \epsilon_0 x/d$  پرشده است. اگر پتانسیل الکتریکی در صفحه  $x = d$  و  $x = -2d$  به ترتیب صفر و  $V_0$  باشد، آنگاه تابع پتانسیل الکتریکی در ناحیه  $x < 2d$  کدام است؟

$$\frac{V_0}{2} \left( \left( \frac{x}{d} \right)^2 - 1 \right) \quad (2) \quad \frac{V_0}{\ln \frac{4}{3}} \ln \left( \frac{4}{3} \frac{x}{d} - \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

$$V_0 \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{x}{d} \quad (4) \quad V_0 \left( \frac{x}{d} - 1 \right) \quad (3)$$

حلقه جریان شامل یک نیم دایره پاره خط به طول  $2a$ ، هر دو روی صفحه XY به مرکز مبدأ مختصات و شعاع  $a$  و یک مطابق شکل زیر داده شده است. اگر بدانیم



$\int \frac{d\alpha}{\cos \alpha} = \ln \left( \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$  است؛ پتانسیل مغناطیسی برداری در نقطه  $P(0, 0, a)$  کدام است؟

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (2) \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} + \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} + \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (4) \quad \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[ \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} - \sqrt{2} \right] \hat{a}_x \quad (3)$$

بارهای نقطه‌ای مثبت  $Q_i$  در نقاط  $(0, 0, z_i)$  قرار گرفته‌اند. با فرض

$$Q_i = \frac{1}{z_i} (C) \quad (1), \quad z_i = 1, 2, \dots, i = 0, 1, 2, \dots, \text{مقدار پتانسیل در مبدأ مختصات کدام}$$

است؟ فرض کنید پتانسیل در بی‌نهایت برابر صفر باشد.

$$V = \frac{3}{32\pi\epsilon_0} \quad (4) \quad V = \frac{9}{32\pi\epsilon_0} \quad (3) \quad V = \frac{9}{16\pi\epsilon_0} \quad (2) \quad V = \frac{3}{16\pi\epsilon_0} \quad (1)$$

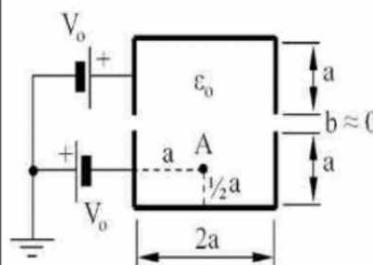
اگر روی صفحه  $x = 0$  بار سطحی با چگالی  $\rho_s = \rho_0 \cos \alpha_1 y \cos \alpha_2 z$

توزیع شده باشد پتانسیل الکتریکی ( $V_1$ ) در  $x > 0$ , کدام است؟

$$\frac{\rho_0 (\alpha_1^r + \alpha_2^r)}{4\epsilon_0} e^{-(\alpha_1^r + \alpha_2^r)x} \cos \alpha_1 y \cos \alpha_2 z \quad (1)$$

$$\frac{4\rho_0 (\alpha_1^r + \alpha_2^r)}{\epsilon_0} e^{-(\alpha_1^r + \alpha_2^r)x} \cos \alpha_1 y \cos \alpha_2 z \quad (2)$$

از دو قطعه رسانا با طول بی نهایت که سطح مقطع آنها به شکل حرف U است، ساختار شبکه زیر تهیه شده است. طبق شکل، پتانسیل الکتریکی این دو قطعه  $+V_0$  و  $-V_0$  فرض می شود. با توجه به ابعاد مشخص شد در شکل، پتانسیل الکتریکی در نقطه A کدام است؟



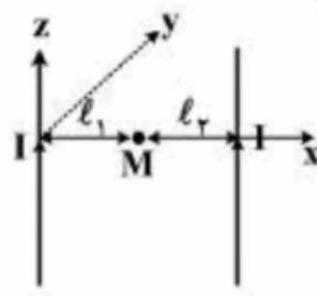
$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{4V_0}{m\pi} (-1)^{\frac{m+1}{2}} \frac{\operatorname{sh}(\frac{m\pi}{4})}{\operatorname{sh}(\frac{m\pi}{2})} \quad (1)$$

$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{4V_0}{m\pi} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \frac{\operatorname{sh}(\frac{m\pi}{4})}{\operatorname{sh}(\frac{m\pi}{2})} \quad (2)$$

$$\sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{4V_0}{m\pi} (-1)^{\frac{m+1}{2}} \operatorname{sh}(\frac{m\pi}{4}) \quad (3) \quad \sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{4V_0}{m\pi} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \operatorname{sh}(\frac{m\pi}{4}) \quad (4)$$

دو سیم راست موازی بی نهایت طویل با جریان های مساوی و هم جهت I مفروض است. در نقطه M که از سیم ها فاصله  $\ell_1$  و  $\ell_2$  دارد، اختلاف پتانسیل مغناطیسی اسکالر، کدام است؟

۹۶



$$\frac{I}{\gamma} \left( \frac{1}{\ell_1} - \frac{1}{\ell_2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{I\pi}{\gamma} \left( \frac{1}{\ell_1} - \frac{1}{\ell_2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{I\pi}{\gamma} \quad (3)$$

$$\frac{I}{\gamma} \quad (4)$$