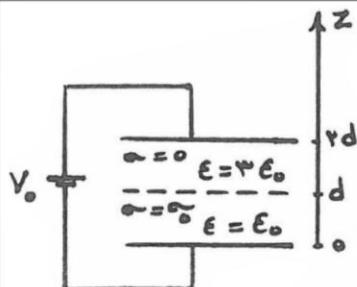


بخش ۵ مرور

شرایط مرزی و القای مغناطیسی



بین دو صفحه هادی کامل موازی مطابق شکل با دو محیط پر شده است. اگر یک باطری V_0 ولتی به دو صفحه هادی وصل شود بردارهای \bar{D}_1 و \bar{D}_2 در هر دو محیط بصورت زیر می‌باشند.

۴۷

$$\bar{D}_1 = \epsilon_0 V_0 / d (-\hat{a}_z), \quad \bar{D}_2 = \epsilon_0 V_0 / d (-\hat{a}_z) - 3 \quad \bar{D}_1 = 0, \quad \bar{D}_2 = 0 \quad -1$$

$$\bar{D}_1 = \epsilon_0 V_0 / (3d) (-\hat{a}_z), \quad \bar{D}_2 = 0 \quad -4 \quad \bar{D}_1 = 0, \quad \bar{D}_2 = \frac{2\epsilon_0 V_0}{d} (-\hat{a}_z) \quad -2$$

ناحیه I ($z < 0$) از ماده‌ای با ضریب نسبی مغناطیسی $\mu_{r1} = 1/5$ و ناحیه II ($z > 0$) از ماده‌ای با ضریب نسبی مغناطیسی $\mu_{r2} = 5$ تشکیل شده است. اگر

۴۸

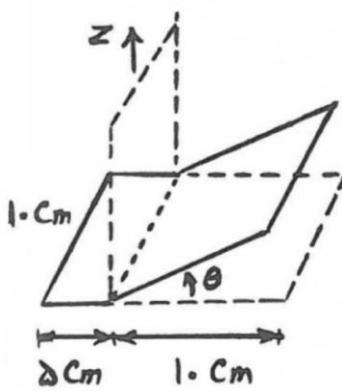
$$\bar{B}_1 = 2/4 \hat{a}_x + 10 \hat{a}_z \quad (I)$$

$$\bar{B}_2 = 25\sqrt{5} \hat{a}_x - 17\sqrt{5} \hat{a}_y + 10 \hat{a}_z \quad (II)$$

$$1 - \text{صفر} \quad \frac{5}{\mu_0} \left(\frac{\hat{a}_x + \hat{a}_z}{\sqrt{2}} \right) - 2$$

$$25\mu_0 (\hat{a}_y + \hat{a}_z) - 4$$

$$5\mu_0 (\hat{a}_x - \hat{a}_y) - 3$$



از سیمی که دارای مقاومت $10 \Omega/m$ می‌باشد مستطیلی با ابعاد $10 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ ساخته‌ایم حال به فاصله 5 سانتی‌متر از چپ مدار، سمت راست را با فرکانس $\frac{50}{\pi}$ هرتز Hz ثانیه s^{-1} بر می‌گردانیم. ماکریم جریان القاء شده در این مدار چقدر می‌شود اگر شدت میدان مغناطیسی $\frac{10}{\mu_0} \hat{a}_z$ آمپر بر متر باشد.

$$49 \quad \frac{10}{\mu_0} \hat{a}_z$$

$$1 - 2\pi \text{ آمپر} \\ 2 - 2\text{ آمپر} \quad \text{هیچکدام}$$

ناحیه $z > 0$ دارای ضریب هدایت $\sigma = 1+y$ و ضریب عایقی $\epsilon = \epsilon_0(1+y)$ می‌باشد. اگر جریان مستقیم در این محیط به چگالی $\bar{J} = e^{-z} \hat{a}_y$ باشد حساب کنید چگالی بار الکتریکی ساکن در این محیط را:

۴۹

$$-E_0 e^{-z} / (1+y) - 2$$

$$- \text{صفر} \quad -4$$

$$2E_0(1+y)e^{-z} - 1$$

$$-E_0 e^{-z} - 3$$

ناحیه Σ از ماده عایقی با ضریب نفوذپذیری الکتریکی $\epsilon_2 = 2\epsilon_0$ تشکیل شده است و در بالای آن هوا موجود است. چگالی بار سطحی در فصل مشترک دو ناحیه $\rho_m = 10^4 \text{ C/m}^2$ است. شدت میدان الکتریکی در ناحیه اول برابر است با $\bar{E}_1 = 10^7 \hat{a}_x - 2 \times 10^7 \hat{a}_y + 5 \times 10^7 \hat{a}_z$

$$\begin{array}{c} \uparrow z \\ \rightarrow \\ y \end{array} \frac{++++\epsilon_1=\epsilon_0}{\epsilon_2=2\epsilon_0}$$

است؟ ✓

$$10^7 \hat{a}_x - 2 \times 10^7 \hat{a}_y + 2 \times 10^7 \hat{a}_z - 2 \quad 2 \times 10^7 \hat{a}_x - 4 \times 10^7 \hat{a}_y + 5 \times 10^7 \hat{a}_z - 1$$

$$- 4 - \text{هیچکدام}$$

$$10^7 \hat{a}_x - 2 \times 10^7 \hat{a}_y + 3 \times 10^7 \hat{a}_z - 3$$

دی الکتریکهای بین دو صفحه موازی یک خازن از دو تیغه دی الکتریک به ترتیب با ضخامت d_1 و d_2 و پرمیتویته (ضریب دی الکتریک) $\epsilon_1 = 4\epsilon_0$ و $\epsilon_2 = 6\epsilon_0$ و ضرائب هدایت کم σ_1 و σ_2 تشکیل شده است اگر اختلاف پتانسیل بین دو صفحه هادی موازی V باشد دانسیته بار آزاد در حالت پایدار در سطح تماس دو محیط برابر است با: ✓

$$\rho_s = \frac{\epsilon_2 \sigma_1 - \epsilon_1 \sigma_2}{d_1 \sigma_1 + d_2 \sigma_2} V - 2 \quad \rho_s = 0 - 1$$

$$\rho_s = \frac{V}{d_1} \epsilon_1 - 4 \quad \rho_s = \frac{V}{d_2} \epsilon_2 - 3$$

رابطه فلوی مغناطیسی (Magnetic Flux) و انتگرال بردار پتانسیل مغناطیسی

✓ بصورت زیر است.

$$\Psi = \oint_s \bar{A} \cdot d\bar{s} - 2$$

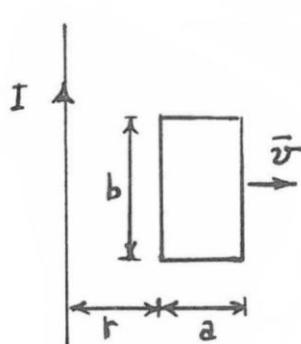
$$\Psi = \oint \bar{A} \cdot d\bar{l} - 1$$

$$\Psi = \oint_v \nabla \cdot \bar{A} dv - 4$$

$$\Psi = \oint_v \frac{\mu_0 A}{4\pi R} dv - 3$$

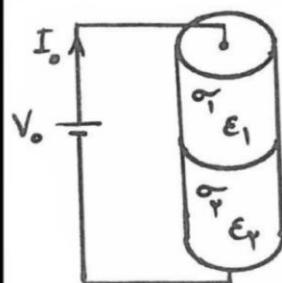
یک قاب مستطیلی شکل با ابعاد a و b بطری که در شکل نشان داده شده است با

سرعت ثابت v از خط هادی مستقیمی که از آن جریان مستقیم I عبور می کند دور می شود سیم و قاب در خلاه قرار گرفته اند با فرض اینکه در زمان $t = r = r_0$ باشد بیرونی محركة القائی در حلقه هادی باشندیروی محركة القائی در حلقه بر حسب زمان برابر است با: ✓



$$e = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi r^2} - 2 \quad e = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi r a} - 1$$

$$e = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi r(r+a)} - 4 \quad e = \frac{\mu_0 I b v}{2\pi a} - 3$$



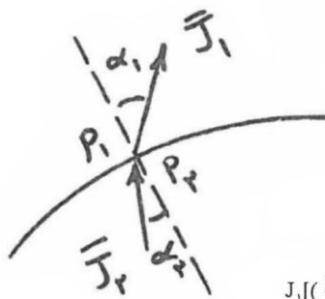
یک مقاومت استوانه‌ای مطابق شکل مقابل از دو ماده مختلف با ضرایب هدایت و دیکتریک σ_1 و σ_2 و ϵ_1 و ϵ_2 ساخته شده است. طول استوانه بمراتب از شعاع آن بیشتر است. چگالی بار سطحی (بر حسب $\frac{c}{m^2}$) در سطح مشترک دو ماده برابر است با:

VII

$$1 - \text{ صفر} \quad t \rightarrow \infty \rightarrow 2 - \text{ بینهایت در زمان}$$

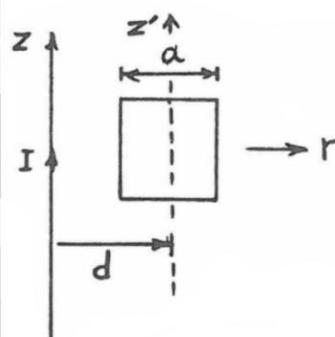
$$V_0 S (\epsilon_1 \sigma_1 + \epsilon_2 \sigma_2) - 4 \quad \frac{I_0}{S} \left(\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right) - 3$$

دو محیط هادی با ضریب هدایت σ_1 و σ_2 توسط مرز مشترک از هم جدا شده‌اند.



$$J_1 \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \sin \alpha_1 \right)^2 + \cos^2 \alpha_1 \right]^{\frac{1}{2}} - 2 \quad J_2 \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cos \alpha_1 \right)^2 + \sin^2 \alpha_1 \right]^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$J_1 \left[\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \sin \alpha_1 \right)^2 + \cos^2 \alpha_1 \right]^{\frac{1}{2}} - 4 \quad \text{هیچکدام} \quad J_2 \left[\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cos \alpha_1 \right)^2 + \sin^2 \alpha_1 \right]^{\frac{1}{2}} - 3$$



حلقه‌های سیمی و نازک به شکل مربع به ضلع a مطابق شکل رو برو به فاصله d ($d > a$) از محور z قرار دارد. جریان I در امتداد محور z برقرار است. اگر حلقة حول محور z با سرعت زاویه‌ای ω یکنواخت بچرخد، مقدار emf را در حلقه بدست آورید.

VIII

$$\frac{4\mu_0 I d^2 a^2 \sin^2 \omega t}{4d^2 - a^2 \cos^2 \omega t} - 4$$

$$\frac{I a^2 d^2 \omega \sin \omega t}{4d^2 - a^2 \cos \omega t} - 3$$

$$\frac{\mu_0 I a^2 d \omega \sin \omega t}{2\pi(d^2 - a^2 \cos^2 \omega t)} - 2$$

$$\frac{\mu_0 I d^2 a \omega \sin \omega t}{d^2 - 4a^2 \cos^2 \omega t} - 1$$

در مختصات کروی فضاهای $r < a$ و $r > b$ به ترتیب از محیط‌هایی با ضرایب رسانش و دیکتریک σ_1 و σ_2 و ϵ_1 و ϵ_2 پر شده است. بار سطحی یکنواخت ρ_m (C/m²) را در لحظه $t = 0$ در مرز در محیط قرار داده‌ایم. چگالی جریان دو محیط عبارتنداز:

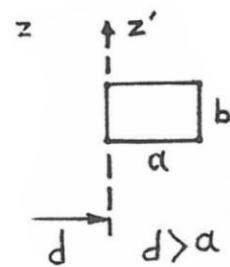
VII و VIII به ترتیب زمان آسودگی در هر یک از دو محیط می‌باشد)

$$\bar{J}_1 = \frac{4\pi a^2 r \rho_1 e^{-\frac{r}{\tau_1}}}{\tau_1^2} \hat{a}_r \quad - 2 \quad \bar{J}_1 = 0 \quad - 1$$

$$\bar{J}_2 = \frac{4\pi a^2 r \rho_2 e^{-\frac{r}{\tau_2}}}{\tau_2^2} \hat{a}_r \quad - 4 \quad \bar{J}_2 = \frac{a^2 \rho_2 e^{-\frac{r}{\tau_2}}}{\tau_2 \tau_1} \hat{a}_r$$

$$\bar{J}_1 = \frac{a^2 \rho_1 e^{-\frac{r}{\tau_1}}}{4\pi \tau_1^2} \hat{a}_r \quad - 3 \quad \bar{J}_1 = 0 \quad - 1$$

$$\bar{J}_2 = \frac{a^2 \rho_2 (1 - e^{-\frac{r}{\tau_2}})}{4\pi \tau_1 \tau_2} \hat{a}_r \quad - 4 \quad \bar{J}_2 = \frac{4\pi a^2 r \rho_2 (1 - e^{-\frac{r}{\tau_2}})}{\tau_1 \tau_2} \hat{a}_r$$



حلقه سیمی نازک به شکل مستطیل به ابعاد b, a در صفحه $z=0$ با ضلع b به موازات محور z قرار دارد. جریان دائم I روی محور z مفروض است و حلقه سیمی حول محور ضلع منطبق بر محور z' با سرعت زاویه‌ای یکنواخت ω چرخد. emf القائی در حلقه را بدست آورید. $\checkmark 4$

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a^2 + d^2 + 2ad \cos \omega t}{a^2 + d^2 - 2ad \cos \omega t} & -3 \quad \frac{\mu_0 I b}{\pi} \frac{a^2 + d^2 + 2ad \cos \omega t}{ad \sin \omega t} -1 \\ \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \frac{ad \sin \omega t}{a^2 + d^2 + 2ad \cos \omega t} & -4 \quad \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \frac{a^2 d^2 \cos^2 \omega t}{a^2 + d^2 + 2ad \cos \omega t} -2 \end{aligned}$$

دو صفحه جریانی با $k_0 \hat{a}_y A/m$ در $z=d$ توسط دو ماده مغناطیسی μ_{r1} در $z < a$ و μ_{r2} در $a < z < d$ از یکدیگر مجزا گردیده‌اند. اگر $\mu_{r2} = 3\mu_{r1}$ باشد، مطلوبست محاسبه $\frac{d}{a}$ را طوری که فقط از شار مغناطیسی کل در ناحیه $z < a$ وجود داشته باشد. $\checkmark 4$

$$\begin{array}{ccc} 3 & -2 & 2 & -1 \\ 5 & -4 & 4 & -3 \end{array}$$

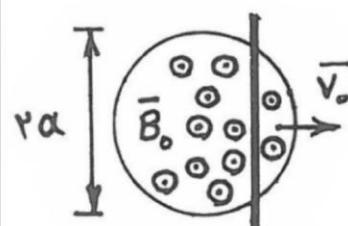
صفحه $x=0$ دو ماده مغناطیسی همگن ایزوتروپیک را از یکدیگر جدا نموده است. در $x > 0$ ، $\mu_r = 5$ و در $x < 0$ ، $\mu_r = 2$ می‌باشد. اگر در $x > 0$ ، $\bar{B} = -\frac{2}{\mu_0} \hat{a}_x + \frac{3}{\mu_0} \hat{a}_y - \hat{a}_z$ باشد، مطلوبست محاسبه \bar{M} در $x > 0$. $\checkmark 4$

$$\begin{array}{cc} -1/6 \hat{a}_n + 6 \hat{a}_y - 2 \hat{a}_z (A/m) & -2 \\ -2/4 \hat{a}_n + 3 \hat{a}_y - 1/5 \hat{a}_z (A/m) & -4 \end{array} \quad \begin{array}{c} -1/2 \hat{a}_x + \varepsilon \hat{a}_y - 1/8 \hat{a}_z (A/m) \\ -2/2 \hat{a}_x + 2 \hat{a}_y - \hat{a}_z (A/m) \end{array} \quad -1 \quad -3$$

یک پیچک استوانه‌ای بلند با سیم پیچی نازک و منظم به شعاع b ، جریان I و n دور در واحد طول را که محور آن در راستای محور z است، درنظر بگیرید. یک میله استوانه‌ای به شعاع $a < b$ و پرماینیتیه μ به طور هم محور داخل سیم پیچ قرار می‌گیرد. اندازه بردار چگالی گشتاور دوقطبی مغناطیسی به ترتیب در نواحی $r < a$ و $r > b$ کدام است؟ $\checkmark 4$

$$\begin{array}{cc} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) nI & -2 \\ 1 - \text{در هر دو ناحیه } I & \end{array} \quad \begin{array}{c} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) nI \\ -3 \end{array}$$

- صفر و صفر



یک میله رسانا با سرعت ثابت \bar{V} با فاصله ناچیزی از روی قطب یک آهنربای با مقطع دایروی و با شعاع a که چگالی میدان مغناطیسی یکنواخت آن B_0 است، عبور می‌کند. در صورتی که میله در $t=0$ در مرکز قطب آهنربای باشد، مقدار ولتاژ القاء شده در آن برابر است با:

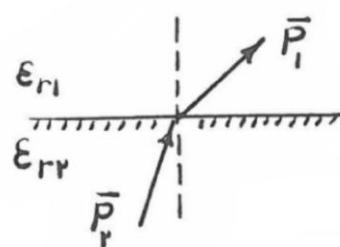
V6

$$\frac{V_0 B_0 t \sqrt{V_0^2 - (a^2/t^2)}}{-2}$$

$$\frac{2V_0 B_0 t \sqrt{V_0^2 - (a^2/t^2)}}{-4}$$

$$\frac{2V_0 B_0 \sqrt{a^2 - V_0^2 t^2}}{-1}$$

$$\frac{V_0 B_0 \sqrt{a^2 - V_0^2 t^2}}{-3}$$



در سطح مشترک بدون بار دو عایق با ضرایب دیکتریک نسبی ϵ_{r1} و ϵ_{r2} نسبت مؤلفه‌های عمودی بردارهای چگالی دو قطبی الکتریکی یعنی نسبت

V7 $\frac{P_{n2}}{P_{n1}}$ برابر است با:

$$\frac{\epsilon_{r1} - 1}{\epsilon_{r2} - 1} \quad -2$$

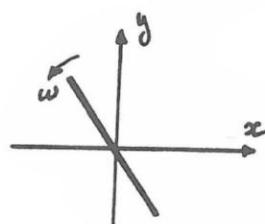
$$\frac{\epsilon_{r2}(\epsilon_{r1} - 1)}{\epsilon_{r1}(\epsilon_{r2} - 1)} \quad -4$$

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_{r1} - 1} \quad -1$$

$$\frac{\epsilon_{r1}(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r(\epsilon_{r1} - 1)} \quad -3$$

حلقه سیم نازکی به شکل مربع به ابعاد a هم مرکز با مبدأ مختصات در صفحه $x = 0$ مفروض است بطوریکه اضلاع آن بموازات محورهای y و z می‌باشند. چگالی شار مغناطیسی $\hat{B}_0 = B_0 |y| \hat{a}_x + z \hat{a}_y + y \hat{a}_z$ در فضا حضور دارد. حلقه با سرعت زاویه‌ای یکنواخت ω حول محور z ها دوران می‌کند. emf در حلقه را بدست آورید.

V8



$$B_0 a^2 \omega \sin 2\omega t \quad -3 \quad \frac{B_0 a^2 \omega}{2} \sin \omega t \quad -1$$

$$B_0 a^2 (1 - \omega) \sin \omega t \quad -4 \quad \frac{B_0 a^2 \omega}{4} \sin 2\omega t \quad -2$$

دو محیط غیرسانا با $\mu_{r1} = 8$ و $\epsilon_{r1} = 3$ و $\mu_{r2} = 2$ و $\epsilon_{r2} = 3$ دارای مرزی هستند که عمود بر مرز از ناحیه ۱ به ۲ دارای بردار واحد $\hat{n}_{12} = (-2 \hat{a}_x - \hat{a}_y + 2 \hat{a}_z)/\sqrt{3}$ می‌باشد. اگر در مرز ناحیه ۱، $\bar{B}_1 = 2\hat{a}_x - 3\hat{a}_y + \hat{a}_z$ باشد، مطلوب است محاسبه

V9 $|\bar{B}_{t2}|$

$$5/59 \text{ wb/m}^2 \quad (2)$$

$$11/18 \text{ wb/m}^2 \quad (4)$$

$$3/73 \text{ wb/m}^2 \quad (1)$$

$$7/45 \text{ wb/m}^2 \quad (3)$$

ناحیه $b \leq r \leq a$ در مختصات کروی در فضای آزاد از ماده‌ای با ضریب الکتریک ϵ و ضریب رسانش σ پر شده است. بار Q_0 را در لحظه $t = 0$ بطور $r = b$ یکنواخت روی سطح $r = a$ قرار می‌دهیم. چگالی بار سطحی روی سطح $b = r$ را بدست آورید.

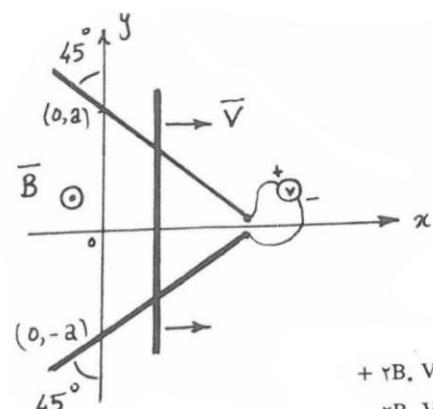
V8

$$\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} (1 - e^{-\sigma t/\epsilon}) \quad (2)$$

$$\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} (1 - e^{-\sigma t/\epsilon}) \quad (3)$$

$$\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} e^{-\sigma t/\epsilon} \quad (1)$$

$$\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} (1 - e^{-\sigma t/\epsilon}) \quad (4)$$



در میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B} = B_0 \hat{z}$
مانند شکل میدهای با سرعت ثابت $\vec{V} = V_0 \hat{x}$ در لحظه $t = 0$ از محل $x = 0$ روی
ریل هادی نمایش داده شده
شروع به حرکت می‌کند. در
فاصله $a < r < \frac{a}{V_0}$ ولتمتر
چه ولتاژی را نشان میدهد؟

V9

$$+ 2B_0 V_0 (V_0 t - a\sqrt{2}) \quad (3)$$

$$- 2B_0 V_0 (V_0 t - a\sqrt{2}) \quad (4)$$

$$2B_0 V_0 (V_0 t - a) \quad (1)$$

$$- 2B_0 V_0 (V_0 t - a) \quad (2)$$

در لحظه $t = 0$ درون یک جسم هادی با رسانائی ویژه σ و نفوذپذیری ϵ بار الکتریکی به طور یکنواخت با چگالی حجمی ثابت ρ_0 می‌شود. در لحظه $t = \frac{\epsilon_0}{\sigma} \ln 2$ درون کره‌ای به شعاع a چقدر بار وجود دارد؟

N9

$$Q = \frac{2\pi a^2 \rho_0}{3} \quad (2)$$

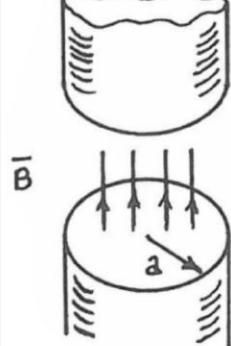
$$Q = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_0 \quad (3)$$

$$Q = 4\pi a^2 \rho_0 \quad (1)$$

$$Q = \frac{4\pi a^3 \rho_0}{3} \quad (4)$$

بین دو قطب یک آهنربای الکتریکی که به شکل دوایری به شعاع a هستند، میدان \vec{B} به صورت $t \leq r \leq a$ برای $t = 0$ و $t \leq r \leq a$ تغییر می‌کند. ثابت بوده و جهت \vec{B} در شکل دیده می‌شود. حداقل چقدر بارش تا در هوای سخت عایقی رخ ندهد؟ (فرض کنید حداکثر میدان الکتریکی قابل تحمل «dielectric strength» برای هوا E_0 باشد).

N10



$$\frac{B_0 \pi a}{E_0} \quad (1)$$

$$\frac{B_0 \pi a}{2E_0} \quad (2)$$

$$\frac{B_0 a}{E_0} \quad (3)$$

$$\frac{B_0 a}{2E_0} \quad (4)$$

اگر در ناحیه $\theta > z$ که در آن $\epsilon_r = 2$ است $\vec{E} = 2\hat{a}_x - 3\hat{a}_y + 5\hat{a}_z$ ، زاویه ایکه میدان الکتریکی در ناحیه $\theta \leq z = 5$ با سطح جدایی دو محیط می‌سازد تقریباً چند درجه است؟

۸۱

۶۱° (۴)

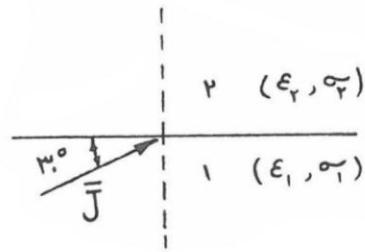
۵۴/۲۰ (۳)

۳۵/۸۰ (۲)

۲۹° (۱)

چگالی جریان \vec{J} با زاویه 30° نسبت به مرز بین دو محیط ۱ و ۲، از محیط ۱ به محیط ۲ وارد می‌شود. مشخصات محیط‌های ۱ و ۲ بترتیب عبارتند از (σ_1, ϵ_1) و (σ_2, ϵ_2) . چگالی بار سطحی در مرز بین دو محیط چقدر است؟

۸۱



$$\rho_s = -\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right) |\vec{J}| \quad (1)$$

$$\rho_s = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right) |\vec{J}| \quad (2)$$

$$\rho_s = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right) |\vec{J}| \quad (3)$$

$$\rho_s = \frac{-1}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right) |\vec{J}| \quad (4)$$

اگر \vec{A} بردار پتانسیل مغناطیسی، V_m پتانسیل عددی مغناطیسی و \vec{H} میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی باشند، نیروی محرك (emf) القا شده حول یک مسیر بسته C با کدام عبارت بیان می‌شود؟

۸۱

$$-\frac{d}{dt} \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (2)$$

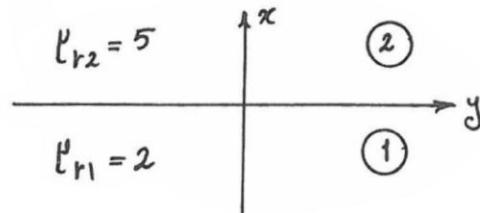
$$-\oint \phi \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{l} \quad (4)$$

$$-\frac{d}{dt} \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (1)$$

$$-\frac{d}{dt} \oint \phi V_m d\vec{l} \quad (3)$$

فصل مشترک دو ماده یکنواخت، خطی و همسان در $x = 0$ قرار دارد. جریان سطحی $\bar{K} = 5\hat{y}$ (A/m) در فصل مشترک جاری است. اگر $\bar{H}_1 = 4\hat{x} - 10\hat{y} + 6\hat{z}$ باشد، مقدار \bar{H}_2 کدام است؟

۸۲



$$1/6\hat{x} - 10\hat{y} + \hat{z} \quad (1)$$

$$1/2\hat{x} - 12\hat{y} - 2\hat{z} \quad (2)$$

$$1/6\hat{x} - 15\hat{y} + 6\hat{z} \quad (3)$$

$$4\hat{x} - 15\hat{y} + 6\hat{z} \quad (4)$$

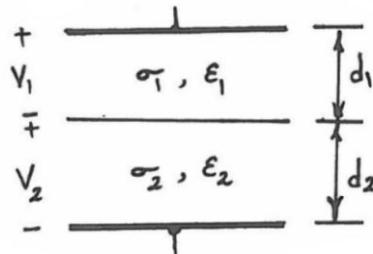
صفحه $z = 0$ فصل مشترک دو ناحیه (۱) و (۲) بوده و دارای جریان آزاد با چگالی سطحی $(\bar{K} = \frac{1}{\mu_0} (\hat{x} + 3\hat{y})$ آمپر بر متر) می‌باشد. در ناحیه (۱) ($z < 0$) داریم $\mu_{r1} = 2$ و در ناحیه (۲) ($z > 0$) داریم $\mu_{r2} = 3$. اگر در ناحیه (۱) داشته باشیم $\bar{B}_1 = (2\hat{x} - \hat{y} + 2\hat{z}) \frac{Wb}{m^3}$ بردار مغناطیس شدگی \bar{M}_2 در ناحیه (۲) برابر است با:

۸۳

$$\frac{1}{\mu_0} (\lambda\hat{x} + \hat{y} + \frac{4}{3}\hat{z}) \quad (2) \quad \frac{1}{\mu_0} (\lambda\hat{x} + \hat{y}) \quad (1)$$

$$\frac{1}{\mu_0} (\lambda\hat{x} + \hat{y} - \frac{4}{3}\hat{z}) \quad (4) \quad \frac{1}{\mu_0} (\lambda\hat{x} + 2\hat{y} + \frac{4}{3}\hat{z}) \quad (3)$$

همانند شکل، عایق خازن مسطحی از دو لایه عایق به ترتیب با ضریب نفوذپذیری الکتریکی σ_1 و σ_2 و رسانایی ϵ_1 و ϵ_2 و ضخامت d_1 و d_2 تشکیل شده است. اگر خازن و لتاژ مستقیم V وصل شود در رژیم دائمی نسبت ولتاژ دو قسمت عایق V_1 و V_2 برابر است با:



$$\frac{V_1}{V_r} = \frac{\sigma_1 d_1}{\sigma_1 d_1} \quad (1)$$

$$\frac{V_1}{V_r} = \frac{\sigma_1}{\sigma_1} \quad (2)$$

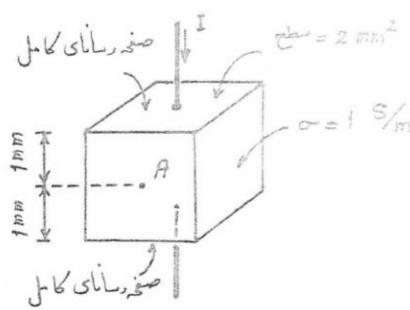
$$\frac{V_1}{V_r} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (3)$$

$$\frac{V_1}{V_r} = \frac{\sigma_1 \epsilon_1}{\sigma_1 \epsilon_1} \quad (4)$$

جریان مستقیم $I = 10mA$ از درون مقاومت نشان داده شده در شکل عبور می‌کند.

محاسب است E برای نقطه A در شکل که بلایاصله در خارج از ماده تشکیل دهنده مقاومت

۸۴



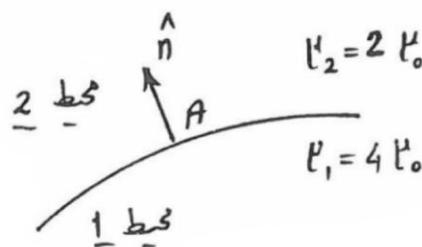
$$2 \frac{V}{m} \quad (1)$$

$$5 \frac{V}{m} \quad (2)$$

$$2.5 \frac{kV}{m} \quad (3)$$

$$5 \frac{kV}{m} \quad (4)$$

فصل مشترک دو ماده مغناطیسی همگن در شکل دیده می‌شود. در نقطه A از فصل مشترک، \bar{H} بردار واحد عمود بر فصل مشترک را نشان می‌دهد. اگر \bar{H}_1 میدان در نقطه A در طرف محیط اول باشد، بردار مغناطیس شدگی \bar{M} در همین نقطه در طرف محیط دوم کدام است؟



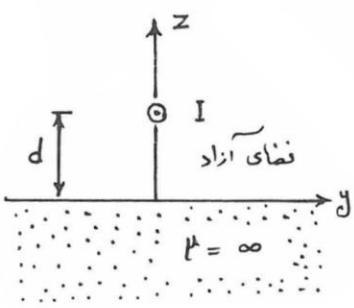
$$\bar{H}_1 + \hat{n}(\bar{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (1)$$

$$\bar{H}_1 - \hat{n}(\bar{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (2)$$

$$\bar{H}_1 + 3\hat{n}(\bar{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (3)$$

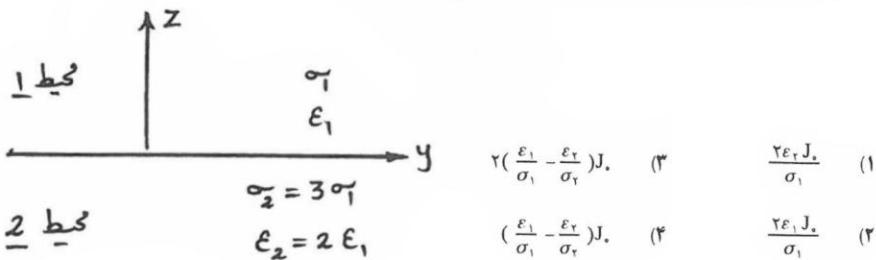
$$3\bar{H}_1 + 3\hat{n}(\bar{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (4)$$

ناحیه \mathcal{D} فضای آزاد و \mathcal{D} محیطی با $\mu = \infty$ است. سیم حامل جریان I در جهت محور x در فضای آزاد به فاصله d از صفحه $z=0$ قرار دارد. نیروی وارد بر واحد طول سیم چقدر است؟



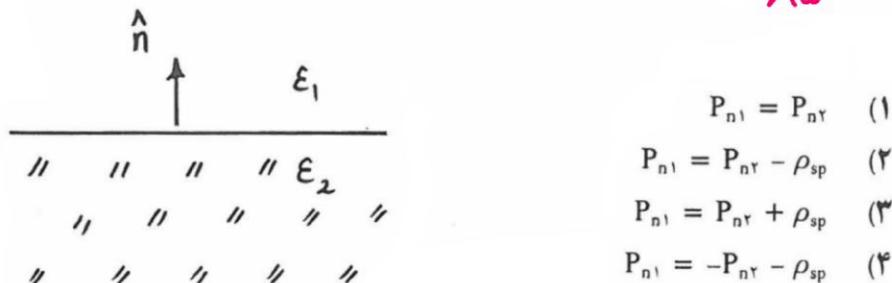
$$\begin{aligned} -\frac{\mu_0 I}{4\pi d} \hat{z} & \quad (1) \\ +\frac{\mu_0 I}{4\pi d} \hat{z} & \quad (2) \end{aligned}$$

ناحیه \mathcal{D} از محیط همگن با ضرایب σ_1, ϵ_1 و ناحیه \mathcal{D} از محیطی با ضرایب σ_2, ϵ_2 مفروض است. اگر در محیط ۱ داشته باشیم $J_0(\hat{x} + 2\hat{y} + 6\hat{z}) = J_0$, چگالی بار سطحی را در $z=0$ بدست آورید.



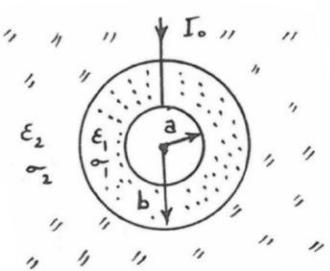
$$\begin{aligned} 2\left(\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2}\right) J_0 & \quad (3) & \frac{2\epsilon_1 J_0}{\sigma_1} & \quad (1) \\ \left(\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2}\right) J_0 & \quad (4) & \frac{2\epsilon_1 J_0}{\sigma_1} & \quad (2) \end{aligned}$$

در مرز دو عایق با ضریب نفوذپذیری الکتریکی ϵ_1, ϵ_2 و چگالی سطحی بارهای پلاریزه ρ_{sp} است. چه رابطه‌ای بین مؤلفه‌های عمودی بردار پلاریزاسیون \vec{P} دو طرف مرز برقرار است؟



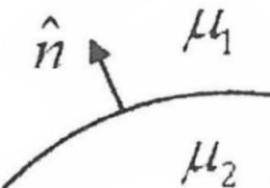
$$\begin{aligned} P_{n1} &= P_{n2} & (1) \\ P_{n1} &= P_{n2} - \rho_{sp} & (2) \\ P_{n1} &= P_{n2} + \rho_{sp} & (3) \\ P_{n1} &= -P_{n2} - \rho_{sp} & (4) \end{aligned}$$

همانند شکل به کره رسانای کاملی به شعاع a از طریق سیم بی‌نهایت نازکی جریان مستقیم I_0 وارد می‌شود. ناحیه اول ($b < r < a$) و دوم ($r < b$) به ترتیب با مواد (ϵ_1, σ_1) و (ϵ_2, σ_2) پر شده است. چگالی شار الکتریکی \vec{D} در $r = b^+$ کدام است؟



$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \frac{I_0}{4\pi b^+} \hat{r} & \quad (1) \\ \left(\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2}\right) \frac{I_0}{4\pi b^+} \hat{r} & \quad (2) \\ -\left(\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2}\right) \frac{I_0}{4\pi b^+} \hat{r} & \quad (3) \\ \left(\frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2}\right) \frac{I_0}{4\pi b^+} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \hat{r} & \quad (4) \end{aligned}$$

در مرز دو محیط با ضرائب نفوذپذیری مغناطیسی μ_1 و μ_2 چگالی جریان سطحی مقید \bar{J}_{ab} است. چه رابطه‌ای بین بردار چگالی دوقطبی مغناطیسی \bar{M} دوطرف مرز برقرار است؟ (\hat{n} بردار واحد قائم بر نقطه‌ای از مرز است).



$$\hat{n} \times \bar{M}_1 = \hat{n} \times \bar{M}_2 + \bar{J}_{sb} \quad (1)$$

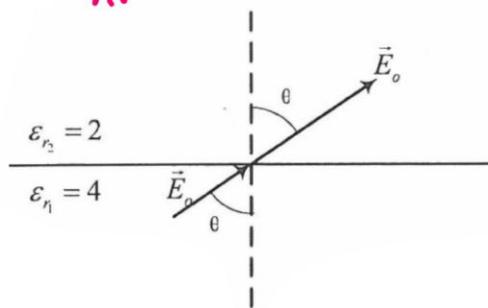
$$\hat{n} \times \bar{M}_1 = \hat{n} \times \bar{M}_2 - \bar{J}_{sb} \quad (2)$$

$$\hat{n} \times \bar{M}_1 = -\hat{n} \times \bar{M}_2 - \bar{J}_{sb} \quad (3)$$

$$\hat{n} \times \bar{M}_1 = \hat{n} \times \bar{M}_2 \quad (4)$$

مطلوبیست محاسبه بار سطحی آزاد روی مرز بین دو محیط در شکل زیر :

۸۷



$$-2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \cos\theta \quad (1)$$

$$-2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \sin\theta \quad (2)$$

$$+2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \cos\theta \quad (3)$$

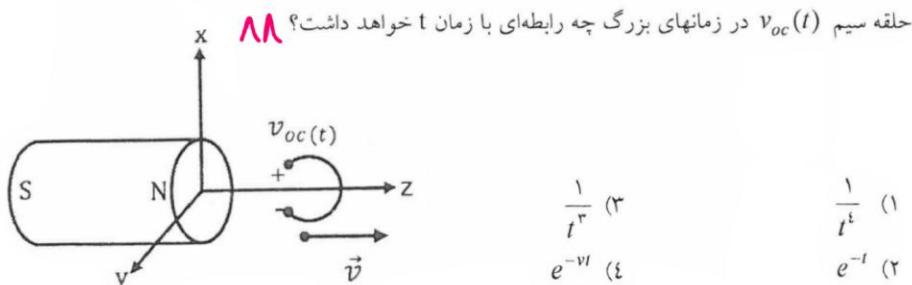
$$+2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \sin\theta \quad (4)$$

محور یک آهنربای دائمی میله‌ای همانند شکل بر محور Z منطبق است. یک

حلقه سیم نازک از جنس ماده غیرمغناطیسی که به صورت مدار باز است از $z=0$ با سرعت ثابت v در راستای Z های مثبت به آرامی به حرکت درمی‌آید. ولتاژ مدار باز دو سر

حلقه سیم (1) v_{oc}

در زمانهای بزرگ چه رابطه‌ای با زمان t خواهد داشت؟



$$\frac{1}{t^3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{t^4} \quad (2)$$

$$e^{-vt} \quad (3)$$

$$e^{-vI} \quad (4)$$

زاویه بردار شدت میدان مغناطیسی \bar{H} با خط عمود بر مرز مشترک دو ماده مغناطیسی در سمت ماده اول 45° و در سمت ماده دوم 30° است. اگر در مرز مشترک این دو محیط هیچ جریان آزادی نداشته باشیم، چگالی انرژی مغناطیسی در کدام طرف مرز بیشتر است؟

۹۰

(۱) طرف ماده اول

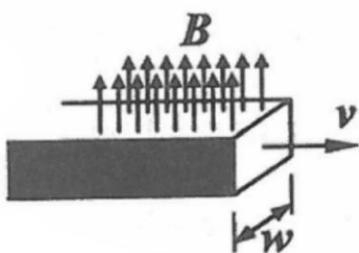
(۲) طرف ماده دوم

(۳) در هر دو طرف یکسان است

(۴) نمی‌توان قضاوت کرد

یک ورقه بزرگ فلزی با رسانایی ویژه σ و ضخامت w به طور عمودی داخل یک میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} با سرعت \vec{v} (ثابت) حرکت می‌کند. اگر \vec{v} بر \vec{B} عمود باشد، اندازه نیروی بازدارنده حرکت بر واحد سطح قطعه رسانا چقدر است؟ (می‌دانیم

$$q_0 \quad (|\vec{v}| = v \text{ و } |\vec{B}| = B)$$



$$\sigma v w B^r \quad (2)$$

$$\sigma v w B \quad (1)$$

$$\sigma v^r B^r w \quad (4)$$

$$\sigma v^r B^r \quad (3)$$

صفحة ۱۰ دو ماده مغناطیسی همگن را از یکدیگر جدا می‌سازد. در $y > 0$ ضریب نفوذپذیری نسبی $\mu_r = 2$ و در $y < 0$, $\mu_r = 3$ می‌باشد. اگر در $y > 0$ میدان مغناطیسی $\vec{B} = \mu_0 (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})$ باشد، بردار مغناطیسی شدگی \vec{M} در ناحیه $y > 0$ کدام است؟

۹۱

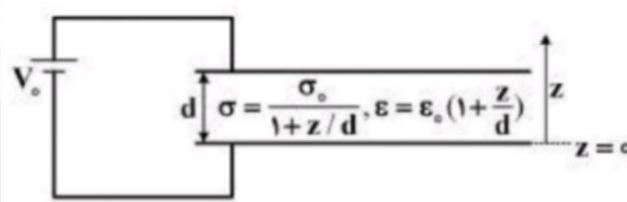
$$\frac{1}{2} \hat{x} + \frac{1}{3} \hat{y} + \frac{1}{2} \hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} + \frac{1}{3} \hat{z} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \hat{x} + \frac{1}{3} \hat{y} + \frac{1}{2} \hat{z} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} + \frac{1}{3} \hat{z} \quad (3)$$

۹۲ مقدار جگالی بار سطحی مقید القا شده (ρ_{ps}) در $z = d$, برای ساختار زیر، کدام است؟



$$\frac{\epsilon_0 V_0}{2d} \quad (1)$$

$$\frac{\epsilon_0 V_0}{2d} \quad (2)$$

$$-\frac{\epsilon_0 V_0}{2d} \quad (3)$$

$$-\frac{3\epsilon_0 V_0}{2d} \quad (4)$$