

ظرفیت الکتریکی، مقاومت الکتریکی، اندوکتانس بخش ۶ مرور

یک خازن متغیر دارای ظرفیت ماکزیمم 100PF و ظرفیت می‌نیم 10PF می‌باشد درحالیکه ظرفیت خازن ماکزیمم است آن را تا پتانسیل 300 ولت شارژ می‌کنیم سپس ظرفیت خازن را بحداقل می‌رسانیم، کار مکانیکی لازم برای این تغییر چقدر است؟

۴۸

$$-2 \quad 4,5 \text{ میلیژول}$$

$$-4 \quad 4,5 \text{ میکروژول}$$

$$-1 \quad 40,5 \text{ میلیژول}$$

$$-3 \quad 40,5 \text{ میکروژول}$$

اندوکتانس داخلی یک سیم استوانه‌ای شکل بشعاع a که حامل جریان الکتریکی I می‌باشد و بطور یکنواخت در سطح مقطع توزیع شده است چقدر است.

۴۹

$$-2 \quad \frac{\mu_0 L}{16\pi}$$

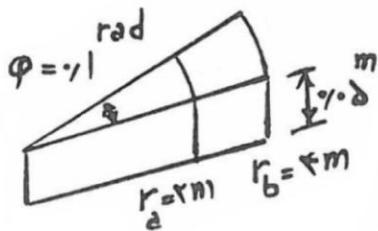
$$-4 \quad \frac{3\mu_0 L}{16\pi}$$

$$-1 \quad \frac{\mu_0 L}{8\pi}$$

$$-3 \quad \frac{\mu_0 L}{4\pi}$$

مقاومت الکتریکی یک گوه طبق شکل مقابل که از ماده‌ای با مشخصه $\sigma = 10^7 \text{ mho/m}$ ساخته شده

برابر است با



$$-2 \quad \frac{\ln 2}{5 \times 10^{-4}}$$

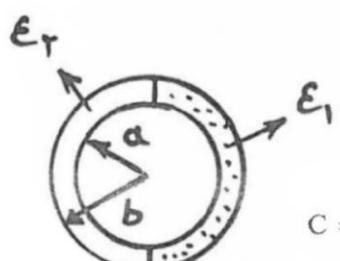
$$-4 \quad 2 \times 10^{-4}$$

$$-1 \quad \frac{\ln 2}{5 \times 10^{-4}}$$

$$-3 \quad 2 \times 10^{-3}$$

فضای بین دو استوانه هم محور فلزی بشعاعهای a و b و طول L به اندازه 180° درجه از ماده با ضرایب نفوذ الکتریکی ϵ_1 و ϵ_2 پر شده است. ظرفیت برابر است با

۵۰



$$-2 \quad C = \pi L \frac{\ln(b/a)}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$$

$$-4 \quad C = \frac{\pi L(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{b^2 - a^2}$$

$$-1 \quad C = \frac{\pi L(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{\ln(b/a)}$$

$$-3 \quad C = \frac{\pi L(\epsilon_1 + \epsilon_2)}{b-a}$$

یک مخروط ناقص با ضریب هدايت $2/55 \times 10^6 \text{ mho}$ دارای ارتفاع ۱۶ سانتیمتر و شعاع دوازده بالائی و پائینی آن به ترتیب برابر با $0,1 \text{ mm}$ ، 2 mm می باشد. مقاومت تقریبی ما بین صفحه بالائی و پائینی این مخروط ناقص برابر است با :

✓

$$0,2 \Omega - ۲$$

$$0,4 \Omega - ۴$$

$$0,1 \Omega - ۱$$

$$0,3 \Omega - ۳$$

یک کره مسی به شعاع ۵ سانتیمتر دارای ظرفیت C_1 می باشد. اگر لایه ای ازدی الکتریک یکنواخت به ضخامت d بر روی کره مسی کشیده شده باشد. d را طوری تعیین کنید که خازن مجموعه جدید برابر با $2C_1$ شود. $\epsilon = 3$ (دی الکتریک) و ظرفیت بین دو کره هم مرکز بشعاعهای a و b برابر با $C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ در نظر بگیرید.

✓

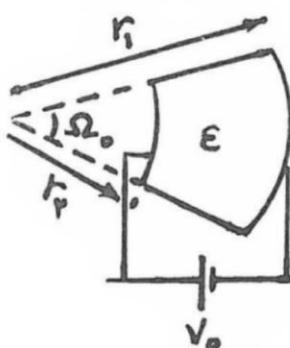
$$10 \text{ cm} - ۲$$

$$5 \text{ cm} - ۱$$

$$15 \text{ cm} - ۴$$

$$20 \text{ cm} - ۳$$

ظرفیت خازنی با دی الکتریک به شکل زیر و ضریب نفوذ پذیری الکتریکی ϵ را بدست آورید: قطعه ای از یک مخروط با زاویه فضائی راس Ω استرadian و محدود بین قسمتی از دو کره بشعاعهای r_1 و r_2 با سطح مقطع به شکل رویرو : (از اثر لبه ها صرف نظر شود)



$$\epsilon \Omega \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} - ۲$$

$$\frac{1}{\Omega \epsilon} \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} - ۱$$

$$\frac{\Omega}{\epsilon} \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} - ۴$$

$$\frac{1}{\Omega \epsilon} \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} - ۳$$

دو حلقه بسیار کوچک بشعاع a در یک صفحه بفاصله d از یکدیگر قرار دارند ($d > > a$). ضریب القای متقابل بین آن دو چقدر است؟ توجه: چگالی شار یک دو قطبی بالنگر مغناطیسی (Magnetic dipole moment) m . در فاصله R از مرکز دو قطبی و در مختصات کروی برابر است با :

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3} (\cos \theta \hat{a}_R + \sin \theta \hat{a}_\theta)$$

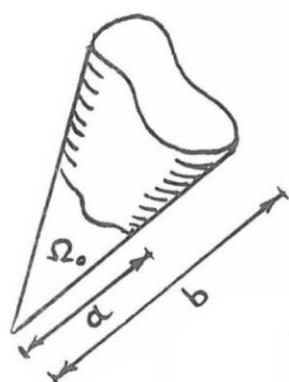
$$\approx \frac{\mu_0 \pi a^3}{4d^3} - ۲$$

$$\approx \frac{\mu_0 \pi^2 a^4}{4d^3} - ۱$$

$$\approx \frac{\mu_0 \pi a^3}{4d^3} - ۴$$

$$\approx \frac{\mu_0 \pi^2 a^4}{4d^3} - ۳$$

یک جسم هادی مطابق شکل از تقاطع زاویه فضایی Ω_0 با سطوح کروی هم مرکز $r=a$ و $b=r$ بوجود آمده است. مقاومت بین سطوح کروی چقدر است.
VI (فرض کنید جریان شعاعی باشد).



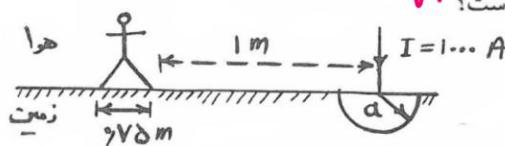
$$\frac{1}{2\pi\sigma\Omega_0} \left(\ln \frac{b}{a} \right) - 2$$

$$\frac{1}{4\pi\sigma\Omega_0} \left(1 - \frac{b}{a} \right) - 4$$

$$\frac{1}{\sigma\Omega_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) - 1$$

$$\frac{1}{4\pi\sigma\Omega_0} (b-a) - 3$$

یک الکترود هادی کامل بشکل نیمکره‌ای یشعاع a مطابق شکل در زمینی با ضریب هدایت $\sigma = 10^{-2} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ مدفون شده است. اگر جریان کل 1000 آمپر از الکترود بدرون زمین جاری باشد اختلاف پتانسیل ایجاد شده بین دو پای شخص نشان داده شده چقدر است؟
VII



$$1215 - 2 \text{ ولت}$$

$$6820 - 4 \text{ ولت}$$

$$5730 - 3 \text{ ولت}$$

از یک هادی استوانه‌ای طویل توپر به شعاع a با ضریب نفوذپذیری مغناطیسی نسبی برابر یک ($\mu_r = 1$) که محور آن منطبق بر محور z هاست جریان الکتریکی با چگالی $\bar{J} = J_0 r \hat{a}_z$ (در مختصات استوانه‌ای و J_0 مقداریست ثابت) می‌گذرد.

اندوكتانس داخلی این هادی در واحد طول برابر است با:

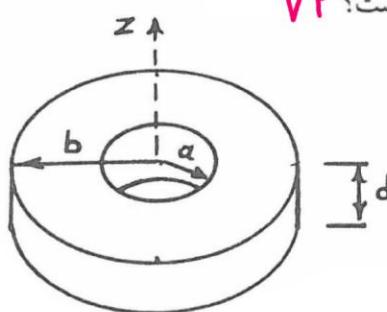
$$3 \times 10^{-7} \text{ H/m} - 2$$

$$\frac{1}{2} \times 10^{-7} \text{ H/m} - 1$$

$$+\frac{1}{3} \times 10^{-7} \text{ H/m} - 4$$

$$2 \times 10^{-7} \text{ H/m} - 3$$

یک استوانه هادی سوراخدار (مطابق شکل) با هدایت الکتریکی σ مفروض است و جریانی به چگالی $\bar{J} = \frac{k}{\rho} \hat{a}_r$ در امتداد شعاعی از مقطع آن می‌گذرد. مقاومت الکتریکی بین سطوح a و $b=r$ چقدر است؟
VIII



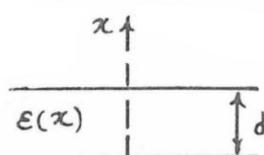
$$\frac{\ln(b/a)}{2\pi\sigma d} - 1$$

$$\frac{\ln(a/b)}{\pi\sigma d} - 2$$

$$\frac{\ln(b/a)}{\pi\sigma d} - 3$$

$$\frac{k\ln(b/a)}{\pi\sigma d} - 4$$

دو صفحه هادی موازی بینهایت مطابق شکل بوسیله یک دیالکتریک که دارای تغییرات $\epsilon(x) = \frac{\epsilon_0}{1 - \frac{x^2}{3d^2}}$ می‌باشد، از هم جدا شده‌اند، ظرفیت سیستم برای واحد سطح را محاسبه کنید.

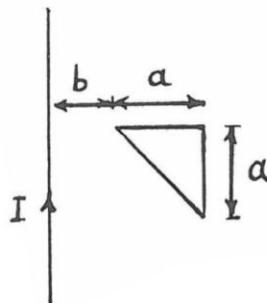


$$c = \frac{q}{\lambda} \frac{\epsilon_0}{d} F/m^3 \quad -3$$

$$c = \frac{\epsilon_0}{d} \left(\frac{1}{1 - \frac{x^2}{3d^2}} \right) F/m^3 \quad -4$$

$$c = \frac{q\epsilon_0}{4\pi d} F/m^3 \quad -2$$

سیم بلندی با جریان دائم I و مدار سیمی دیگری بصورت مثلث قائم الزاویه مطابق شکل رو برو مفروض است، ضریب القاء متقابل را بدست آورید.



$$\frac{\mu_0}{4\pi} [a - b \ln(1 + \frac{a}{b})] \quad -1$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} [a - b \ln(1 + \frac{b}{a})] \quad -2$$

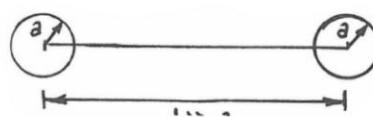
$$\frac{\mu_0}{4\pi} [a - b \ln(1 + \frac{b}{a})] \quad -3$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} [a - b \ln(1 + \frac{a}{b})] \quad -4$$

دوکره بسیار کوچک رسانا به شعاع‌های مساوی a به فاصله نسبتاً زیاد ($d > > a$)

و دریک محیط با رسانایی ویژه σ و ضریب نفوذپذیری ϵ_0 قرار دارند. مقاومت R

بین این دوکره (الکتریک) برابر است با:



$$R = \frac{d-a}{4\pi\sigma ad} \quad -2$$

$$R = \frac{4\pi}{\sigma} \left(\frac{d-a}{ad} \right) \quad -3$$

$$R = 4\pi\sigma \left(\frac{ad}{d-a} \right) \quad -1$$

$$R = \frac{d-a}{4\pi\sigma ad} \quad -3$$

یک خازن مسطح درنظر بگیرید که سطح هر جوشن آن S بوده و در ناحیه $d < z < d$ قرار دارد. عایق بین جوشنها غیر یکنواخت بوده و ضریب نفوذپذیری الکتریکی آن توسط رابطه $(1 + \frac{z}{d})^{-\epsilon_0}$ بیان می‌شود. جوشن‌های این خازن را به یک باطری با ولتاژ V وصل می‌کنیم. قدر مطلق بار جمع شده روی صفحات خازن چقدر است؟

۷۳

$$\frac{2\epsilon_0 V_0 S}{d} \quad -2$$

$$\frac{\epsilon_0 V_0 S}{d \ln 2} \quad -3$$

$$\frac{\epsilon_0 V_0 S}{d} \quad -1$$

$$\frac{\epsilon_0 V_0 S}{2d \ln 2} \quad -3$$

دو خازن یکسان با هم موازی شده و به یک باطری با ولتاژ V_0 وصل شده‌اند. سپس باطری جدا شده ولی خازنها همچنان موازی باقی می‌مانند و یکی از خازنها با ماده‌ای با ضریب دیکتریک نسبی ϵ_r پر می‌شود اختلاف پتانسیل نهائی بین خازنها چقدر می‌شود؟ $\checkmark 6$

$$V = \frac{V_0}{\epsilon_r} \quad -2$$

$$V = \frac{V_0 \epsilon_r}{(\epsilon_r + 1) \epsilon_0} \quad -4$$

$$V = \frac{V_0}{\epsilon_r + 1} \quad -1$$

$$V = \frac{2V_0}{\epsilon_r + 1} \quad -3$$

کابل هم محوری منطبق بر محور X مفروض است. شعاع هادی داخلی a و شعاع هادی خارجی b می‌باشد. فضای بین دو رسانا از ماده عایق ناهمگنی با ضریب دیکتریک $\epsilon = \epsilon_0 e^{-|x|/a}$ پر شده است. ظرفیت خازنی چنین کابلی باطول $\checkmark 6$ بینهایت رامحاسبه کنید.

$$2\pi\epsilon_0 \ln \frac{b}{a} \quad -4 \quad 4\pi\epsilon_0 \ln \frac{b}{a} \quad -3 \quad \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} \quad -2 \quad \frac{4\pi\epsilon_0}{\ln(b/a)} \quad -1$$

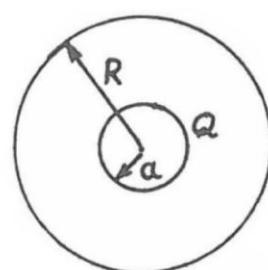
ضریب القاء متقابل بین دو حلقه سیمی دایروی هم مرکز (و هم صفحه) با شعاع‌های r_1 و r_2 را به دست آورید. فرض کنید که $r_2 > r_1$ باشد. $\checkmark 6$

$$\frac{\mu_0 \pi r_1^2}{2r_2} \quad -2$$

$$\frac{2\mu_0 \pi r_1^2}{r_2} \quad -4$$

$$\frac{\mu_0 \pi r_1^2}{4r_2} \quad -1$$

$$\frac{\mu_0 \pi r_1^2}{r_2} \quad -3$$



کره فلزی بزرگی با ضریب رسانش σ و ضریب عایقی ϵ به شعاع R در نظر بگیرید. بار Q را به طور یکنواخت در کره هم مرکز کوچکی به شعاع a ($a < R$) در لحظه $t=0$ قرار می‌دهیم. تلفات حرارتی گذر این بار چقدر است؟ $\checkmark 6$

$$W_J = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right) J \quad -2 \quad W_J = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right) J \quad -1$$

$$W_J = \frac{Q^2}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right) J \quad -4 \quad W_J = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right) J \quad -3$$

مقدار مقاومت الکتریکی بین دوکره هم مرکز به شعاع R_1 و R_2 ($R_1 < R_2$) به شرطی که ماده ای با ضریب رسانش $\sigma = \sigma_0 (1 + K/r)$ ، فضای بین آندو را پر کرده باشد، چقدر است؟ (k مقدار ثابتی است). $\checkmark\checkmark$

$$R = \frac{k}{4\pi\sigma_0} \ln \left[\frac{R_1+k}{R_2+k} \right] \quad -3$$

$$R = \frac{1}{4\pi k\sigma_0} \ln \left[\frac{R_1 R_2}{R_1 + k} \right] \quad -4$$

$$R = \frac{1}{4\pi k\sigma_0} \ln \left[2 \frac{R_1(R_2+k)}{R_2(R_1+k)} \right] \quad -1$$

$$R = \frac{1}{4\pi k\sigma_0} \ln \left[\frac{R_2(R_1+k)}{R_1(R_2+k)} \right] \quad -2$$

در مختصات استوانه ای ناحیه $3m \leq r \leq 5m$ و $0 \leq z \leq 10m$ از $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ می باشد. از ماده ای با ضریب رسانش $\sigma = 2 \frac{mho}{m}$ پر شده است. سطوح $r = 3m$ و $r = 5m$ را این ناحیه از رسانای کامل با ولتاژ V بین آنها فرض می شود. اگر توان 10 kw بخواهد در مایع بصورت حرارت تلف شود، مقدار V چقدر باید باشد؟ $\checkmark\checkmark$

$$12/13 \quad -4 \quad 12/06 \quad -3 \quad 11/94 \quad -2 \quad 11/85 \quad -1$$

یک خازن کروی به شعاع های 4 و 10 سانتیمتر با عایق فضای آزاد مفروض است. ضخامت عایقی که با ثابت دی الکتریک نسبی $\epsilon_r = 5$ باید روی سطح رسانای داخلی قرار دهیم تا ظرفیت خازنی سه برابر شود، چند سانتی متر است؟ $\checkmark\checkmark$



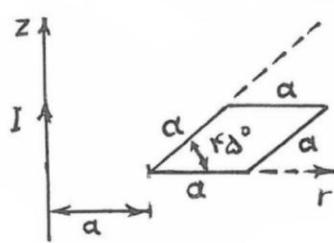
$$4 \quad -4$$

$$3 \quad -3$$

$$2/5 \quad -2$$

$$2 \quad -1$$

جربان I روی محور z و حلقه سیم نازکی به شکل متوافق الاصلاح که طول هر قطع آن برابر a می باشد مطابق شکل در فضای آزاد مفروض است. ضریب القاء متقابل را بدست آورید. $\checkmark\checkmark$



$$L_{T1} = \frac{\mu_0 a}{\gamma \pi} \left[\frac{4 + \sqrt{2}}{\gamma} \ln(4 + \sqrt{2}) - 2 \ln 2 \right] \quad -1$$

$$L_{T1} = \frac{\mu_0 a}{\gamma \pi} \left[3 \ln 2 - \frac{2 + \sqrt{2}}{\gamma} \ln(2 + \sqrt{2}) \right] \quad -2$$

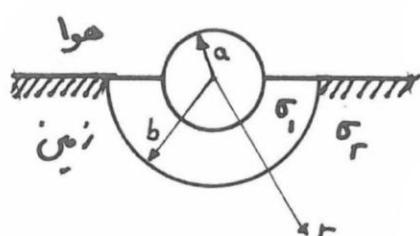
$$L_{T1} = \frac{\mu_0 a}{\gamma \pi} \left[\frac{4 + \sqrt{2}}{\gamma} \ln(4 + \sqrt{2}) - \frac{2 + \sqrt{2}}{\gamma} \ln(2 + \sqrt{2}) - 2 \ln 2 \right] \quad -3$$

$$L_{T1} = \frac{\mu_0 a}{\gamma \pi} \left[3 \ln 2 - \frac{4 + \sqrt{2}}{\gamma} \ln(2 + \sqrt{2}) + \ln(4 + \sqrt{2}) \right] \quad -4$$

خازن مسطحی که سطح هر الکترود آن s و فاصله دو الکترود از هم d است به باatri w وصل است. قطعه رسانای کامل به سطح s و ضخامت w ($w < d$) را بموازات الکترودها وارد فضای این خازن می‌کنیم. کار انجام شده را بدست آورید.

$$W_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 s \left(\frac{d}{(d-w)d} \right) V^2 \quad (2) \quad W_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 s \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{d} \right) V^2 \quad (1)$$

$$W_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 s \left(\frac{w}{d-w} - \frac{1}{d} \right) V^2 \quad (4) \quad W_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 s \left(\frac{w}{(d-w)d} \right) V^2 \quad (3)$$



کره‌ای از رسانای کامل به شعاع a
بطور نیمه داخل زمین قرار دارد.
رسانی زمین در ناحیه $r < b$
برابر σ_1 و در ناحیه $r < \infty$
برابر σ_2 فرض شده است. مقاومت
زمین را وقتی توزیع جریان
یکنواخت در نظر گرفته می‌شود
بدست آورید.

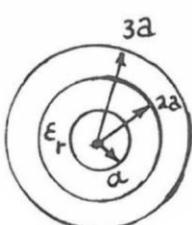
$$R = \frac{1}{\pi \sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\pi \sigma_2} \left(\frac{1}{b} \right) \quad (3)$$

$$R = \frac{1}{\pi \sigma_2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\pi \sigma_1} \left(\frac{1}{b} \right) \quad (4)$$

$$R = \frac{1}{\pi \sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{\pi \sigma_2} \left(\frac{1}{b} \right) \quad (1)$$

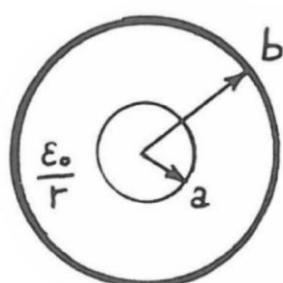
$$R = \frac{1}{4\pi \sigma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{4\pi \sigma_2} \left(\frac{1}{b} \right) \quad (2)$$

بین دو رسانای کروی هم مرکز به شعاعهای a و $3a$ اختلاف پتانسیل ثابت برقرار است. فضای $2a < r < a$ با عایقی به ضریب دیالکتریک نسبی ϵ_r و فضای $2a < r < 3a$ با هوا پر شده است. ϵ_r چقدر باشد تا انرژی ذخیره شده در ناحیه عایق و ناحیه هوا برابر باشند؟



$$\epsilon_r = 3 \quad (2) \quad \epsilon_r = 2 \quad (1)$$

$$\epsilon_r = 5 \quad (4) \quad \epsilon_r = 4 \quad (3)$$

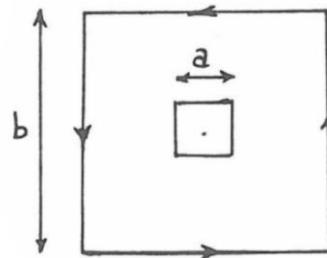


بین دو استوانه هادی هم محور به شعاعهای a و b ($a < b$) از عایقی با ثابت دیالکتریک $\epsilon_r = \frac{\epsilon_0}{r}$ پر شده است. ظرفیت خازن واحد طول آن چقدر است؟

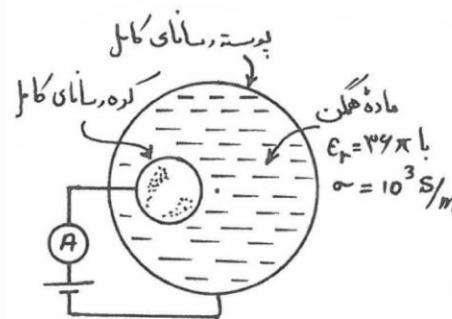
$$2\pi\epsilon_0 \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (2) \quad 2\pi\epsilon_0 (b-a) \quad (1)$$

$$\frac{2\pi\epsilon_0}{b-a} \quad (4) \quad 2\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \quad (3)$$

دو قاب مربعی به اضلاع a و b مانند شکل در یک صفحه قرار دارند. مربع کوچک در مرکز مربع بزرگ است و a خیلی کوچکتر از b می‌باشد. اندازه ضریب القاء متقابل L_{12} بین دو قاب چقدر است؟

V9

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0 a^2}{\pi b} & (1) \\ \frac{\mu_0 \sqrt{2} a^2}{4\pi b} & (2) \\ \frac{\mu_0 \sqrt{2} a^2}{\pi b} & (3) \\ \frac{\mu_0 2\sqrt{2} a^2}{\pi b} & (4) \end{aligned}$$



اگر آمپر متر در شکل رو برو 10 آمپر را نشان دهد، مقدار کل بار جمع شده بر روی کره داخلی چند کولن بوده است؟

$$A9 \quad (e_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} F/m)$$

 $10 \mu C$ $2 pC$ $10 \mu C$ $1 pC$

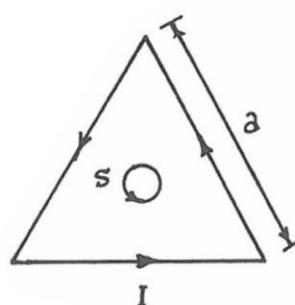
ناحیه $a < r < b$ از ماده‌ای با رسانایی $\sigma(r) = \frac{k}{r}$ پر شده است که در آن V شعاع دستگاه کروی و a و b مقادیر ثابتی هستند. اگر سطح $r=a$ در پتانسیل V و سطح $r=b$ در پتانسیل صفر باشد، چگالی جریان در این ناحیه کدام است؟

$$\frac{kV_0}{ar} \ln \frac{b}{a} \hat{r} \quad (2)$$

$$\frac{kV_0}{r^2 \ln \frac{b}{a}} \hat{r} \quad (1)$$

$$\frac{kV_0}{br \ln \frac{b}{a}} \hat{r} \quad (3)$$

$$\frac{kV_0 \ln \frac{b}{a}}{r^2} \hat{r} \quad (3)$$



از حلقه‌ای به شکل مثلث متساوی اضلاع به ضلع a جریان I می‌گذرد. مطابق شکل رو برو یک حلقة دایره‌ای شکل خیلی کوچک به مساحت S در مرکز آن قرار دارد. فرض کنید $s << a < \sqrt{S}$ (اندوكتانس متقابل M_{12} بین دو حلقه کدام است؟

A10

$$\begin{aligned} \frac{9\mu_0 S}{\pi a} & (2) \\ \frac{9\mu_0 S}{4\pi a} & (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\mu_0 S}{\pi a} & (1) \\ \frac{\mu_0 S}{4\pi a} & (3) \end{aligned}$$

کره‌ای فلزی به شعاع a در فضای آزاد هم مرکز با مبدأ مختصات دارای پتانسیل V است. انرژی پتانسیل الکتریکی کل سیستم W_e چقدر است؟

۸۱

$$\frac{2\pi\epsilon_0 a^r V_0^r}{\sqrt{a^r - 2}} \quad (2)$$

$$2\pi\epsilon_0 a V_0^r \quad (1)$$

$$\frac{2\pi\epsilon_0 a^r V_0^r}{\sqrt{a^r - \sqrt{2}}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}\pi\epsilon_0 a V_0^r \quad (3)$$

یک حلقه دایره‌ای به شعاع a حامل جریان I_1 در صفحه xy و محور آن در امتداد محور z است حلقه بسیار کوچک دیگری در نقطه $(z^r, 0, 0)$ با سطح ΔS طوری قرار گرفته که محور آن با محور z زاویه θ می‌سازد، اندازه تقریبی اندوکتانس متقابل بین دو حلقه، M_{12} چقدر است؟

۸۲

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{2} \frac{a^r \Delta S \cos\theta}{(z^r + a^r)^{3/2}} \quad (2)$$

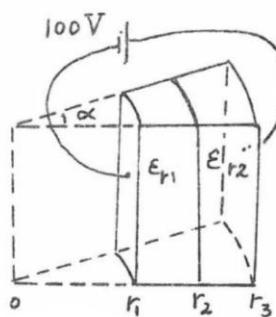
$$M_{12} = \frac{\mu_0}{2} \frac{a^r \Delta S I_1 \cos\theta}{(z^r + a^r)^{3/2}} \quad (1)$$

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{2} \frac{a^r \Delta S I_1 \cos\theta}{(z^r + a^r)^{3/2}} \quad (4)$$

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{2} \frac{\pi a^r \Delta S \cos\theta}{(z^r + a^r)^{3/2}} \quad (3)$$

در شکل زیر $\epsilon_r = 2$ و $\epsilon_{r1} = 5$ و $\epsilon_{r2} = 8$ شعاع داخلی هادی $r_1 = 2\text{cm}$ و شعاع خارجی $r_2 = 2/5\text{cm}$ و مرز دو عایق $V_1, V_2 = 100$ وولت و $V_0 = 100$ وولت افت پتانسیل در هر ناحیه چند ولت است؟

۸۳



$$V_1 = 71.43, V_2 = 28.57 \quad (1)$$

$$V_1 = 28.57, V_2 = 71.43 \quad (2)$$

$$V_1 = 73.65, V_2 = 26.35 \quad (3)$$

$$V_1 = 26.35, V_2 = 73.65 \quad (4)$$

مدار مغناطیسی با فاصله هوایی 5cm در دست است. اگر در مدار مغناطیسی باشد، مقدار V_m در دو طرف فاصله هوایی کدام است؟ سطح مقطع مدار مغناطیسی را 4 cm^2 در نظر بگیرید.

$$\approx 3183 A - T \quad (2)$$

$$\approx 1592 A - T \quad (1)$$

$$\approx 6362 A - T \quad (4)$$

$$\approx 4773 A - T \quad (3)$$

دو نوار فلزی به عرض b و طول بینهایت و فاصله d مفروضند. جریان‌های مساوی و مختلف الجهت I از این دو نوار می‌گذرد. اگر $d > b$ باشد، اندوکتانس (L) در واحد طول عبارت است از:

۸۲

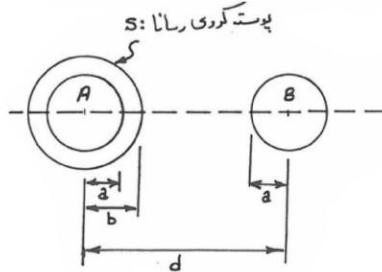
$$\frac{2\mu_0 d}{b} \quad (۱)$$

$$\frac{\mu_0 d}{b} \quad (۲)$$

$$\frac{\mu_0 d}{4b} \quad (۳)$$

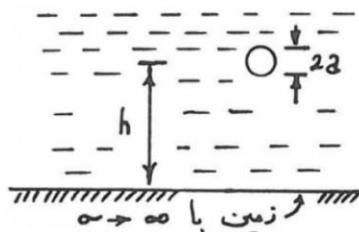
$$\frac{\mu_0 d}{2b} \quad (۴)$$

در شکل رو برو دو کره A و B رسانا بوده و شعاع هر یکی a می‌باشد. پوسته نازک کروی S به شعاع b که با کره A هم مرکز است، رسانا فرض می‌شود. فاصله کره B از مرکز پوسته در شرط $d < b$ صدق می‌کند. فضای اطراف کره‌ها خلا می‌باشد. ظرفیت الکتریکی بین دو کره A و B کدام است؟

۸۳

$$\frac{\frac{4\pi\epsilon_0}{1/a - 1/b}}{(1)} \\ \frac{\frac{4\pi\epsilon_0}{1/a - 1/d}}{(2)} \\ \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d}} \quad (3) \\ 4\pi\epsilon_0 \left[\frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} + \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d}} \right] \quad (4)$$

یک کره رسانای کامل به شعاع r همانند شکل در ارتفاع h از یک زمین رسانای کامل واقع شده است، به قسمی که $h \ll r$ فرض کنید محیط اطراف کره با مایعی رسانا $\sigma = \epsilon_r S/m$ پر شده باشد. اگر توسط یک باتری اختلاف پتانسیل کره نسبت به زمین در سطح یک ولت نگهدارشته شود، توان تلف شده در مایع از کدام رابطه زیر به دست می‌آید؟



$$\frac{16\pi}{\frac{1}{r} + \frac{1}{2h}} \quad (1)$$

$$\frac{16\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{2h}} \quad (2)$$

$$\frac{8\pi}{\frac{1}{r} + \frac{1}{2h}} \quad (3)$$

$$\frac{8\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{2h}} \quad (4)$$

$$\frac{8\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{2h}} \quad (5)$$

دو کره رسانای کوچک به شعاع‌های a و $2a$ به فاصله بسیار زیاد از $d=20a$ یکدیگر قرار دارند. کدام عبارت ظرفیت خازن حاصل را با تقریب بهتری بدست می‌دهد؟

۸۴

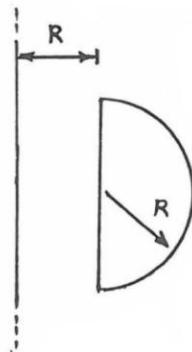
$$\frac{\pi\epsilon_0 a}{10} \quad (1)$$

$$\frac{20\pi\epsilon_0 a}{V} \quad (2)$$

$$\frac{40\pi\epsilon_0 a}{9} \quad (3)$$

$$\frac{8\pi\epsilon_0 a}{3} \quad (4)$$

یک سیم بسیار بلند و یک مدار نیم دایره به شعاع R که قطر آن موازی با سیم است مطابق شکل در یک صفحه قرار گرفته اند. ضریب القای متقابل M بین آن دو باکدام رابطه نشان داده می شود؟



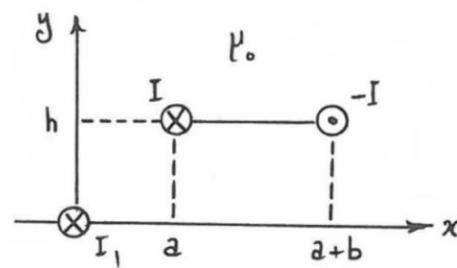
$$\frac{\mu_0}{\pi} \int_0^R \sqrt{\frac{R-x}{R+x}} dx \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0}{\pi} \int_0^R \sqrt{\frac{R-x}{R+x}} dx \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0}{\pi} \int_0^R \sqrt{\frac{R-x}{R+x}} dx \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0}{\pi} \int_R^R \sqrt{\frac{R-x}{R+x}} dx \quad (4)$$

یک رشته سیم مستقیم بی نهایت طویل حامل جریان I_1 در پایین سمت چپ و موازی با یک خط تلفن دو سیمه حامل جریان I قرار دارد. ضریب القای متقابل بر واحد طول بین سیم حامل جریان I_1 و خط تلفن دو سیمه کدام گزینه است؟



$$\frac{\mu_0}{4\pi} \ln \frac{h^r + (a+b)^r}{h^r + a^r} \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{h^r + (a+b)^r}{h^r} \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \ln \frac{h^r + (a+b)^r}{h^r + b^r} \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{h^r + (a+b)^r}{h^r + (b-a)^r} \quad (4)$$

چنانچه رسانایی عایق غیر کامل یک کابل هم محور، غیر یکنواخت و بصورت باشد، مقاومت موازی در واحد طول کابل فوق کدام است؟ (a و b به ترتیب شعاع هایی داخلی و بیرونی کابل است).

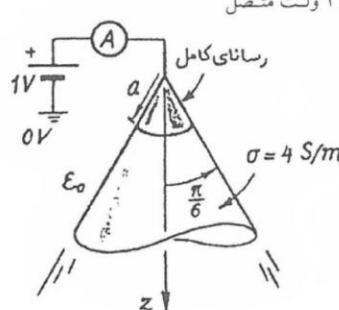
$$-\frac{1}{2\pi\sigma_0} [ab - \frac{1}{2}(a^r + b^r)] \quad (2)$$

$$\frac{1}{2\pi\sigma_0} [\ln \frac{2b}{a^r} + \frac{b-a}{b}] \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2\pi\sigma_0} [a^rb - \frac{1}{2}(a^r + b)] \quad (4)$$

$$\frac{1}{2\pi\sigma_0} [\ln \frac{b}{a} + \frac{b-a}{b}] \quad (3)$$

ناحیه $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq 0$ از دستگاه مختصات کروی را در نظر بگیرید. بخش $r < a$ از این ناحیه با یک رسانای کامل و بخش $r \geq a$ این ناحیه با ماده ای به رسانایی $\sigma = \frac{S}{m}$ پر شده است. اگر همانند شکل، رسانای کامل به منع ولتاژ ایده آل 1 ولت متصل شود، آمپر متر چه جریانی را نشان خواهد داد؟



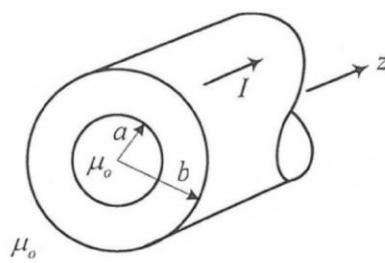
$$\frac{\pi}{a} (\gamma - \sqrt{\gamma}) \quad (1)$$

$$\pi (\gamma - \sqrt{\gamma}) a \quad (2)$$

$$\epsilon \pi (\gamma - \sqrt{\gamma}) a \quad (3)$$

$$\frac{\epsilon \pi}{a} (\gamma - \sqrt{\gamma}) \quad (4)$$

فضای $a < r < b$ با رسانای غیرمغناطیسی پر شده است. مطابق شکل جریان I در امتداد محور Z با توزیع یکنواخت در این رسانا جاری است. اندوکتانس داخلی واحد طول چقدر است؟ AV



$$\frac{\mu_0}{\pi a^2} [b^2 - a^2] \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 \pi}{\pi b^2} (b^2 - a^2) \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0}{\pi(b^2 - a^2)} \left[\frac{2}{\epsilon} a^2 + a^2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{\epsilon} b^2 - ab \right] \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0}{\pi(b^2 - a^2)} \left[\frac{2}{\epsilon} a^2 + a^2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{\epsilon} b^2 - a^2 b^2 \right] \quad (4)$$

یک کره فلزی به شعاع a را در یک فضای بی‌نهایت که از عایقی با ضریب

دی الکتریک نسبی $\epsilon_r = 1 + \frac{a}{r}$ پر شده قرار می‌دهیم. ظرفیت کره فلزی نسبت به حالتی که

این کره در فضای خالی ϵ_0 قرار بگیرد، تقریباً چند برابر می‌شود؟ $(\ln 2 \approx 0.69)$ AV

۲ (۴)

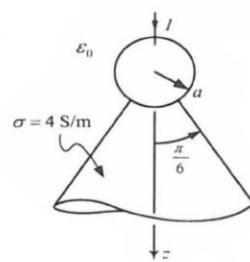
۱/۸ (۳)

۱/۶ (۲)

۱/۴ (۱)

ناحیه $\theta \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ و $r \geq a$ از دستگاه مختصات کروی با ماده‌ای به

رسانایی $\sigma = \frac{S}{m}$ به طور همگن پر شده است. یک کره رسانایی کامل به شعاع a همانند شکل در تماس با ناحیه مزبور است. اگر جریان $I = 1A$ به این کره رسانایی کامل وارد شود، کدام گزینه ولتاژ این کره را نشان می‌دهد؟ AV



$$\frac{q}{\pi a^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{16\pi a^2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\epsilon \pi (2 - \sqrt{3}) a^2} \quad (5)$$

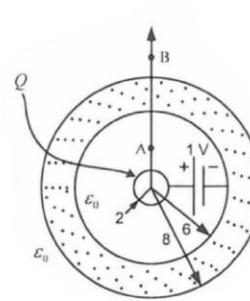
$$\frac{1}{4\pi a^2} \quad (2)$$

شکل زیر یک خازن کروی را نشان می‌دهد. ابعاد این خازن بر حسب متر در

شکل ملاحظه می‌شوند. این خازن توسط یک منبع ولتاژ ایده‌آل V شارژ می‌شود. علاوه بر

این، از طریق تماس، بار الکتریکی $Q = \frac{1}{9} \times 10^{-4} C$ را به رسانای کروی مرکزی می‌دهیم.

پس از برقراری تعادل الکترواستاتیک، اندازه میدان الکتریکی در نقطه A واقع بر $r = 2$ و در نقطه B واقع بر $r = 10$ ب ترتیب برابر کدام است؟ AV



$$(\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-4})$$

$$E_A = \frac{1}{\epsilon} \quad E_B = \frac{1}{100} \quad (3)$$

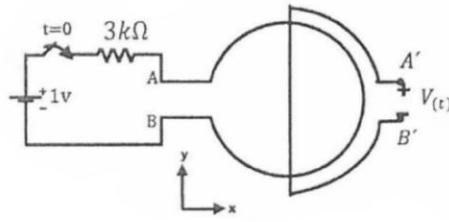
$$E_A = \frac{3}{\epsilon} \quad E_B = 0 \quad (4)$$

$$E_A = \frac{1}{16} \quad E_B = 0 \quad (1)$$

$$E_A = \frac{3}{16} \quad E_B = \frac{1}{100} \quad (2)$$

در فضای خالی در صفحه xy یک حلقه سیم به شکل دایره و دیگری به نکل نیم‌دایره همانند شکل بر روی یکدیگر منطبق شده‌اند. سیم‌ها از جنس رسانای نیز مغناطیسی فرض می‌شوند. در حالتی که سرهای $A'B'$ باز هستند، اندوکتانس دیده شده از سرهای B و A برابر $\mu H / 6\pi$ است. ولتاژ مدار باز $v(t)$ برای $t \geq 0$ (پس از بسته شدن کلید) کدام است؟

۸۸



$$\frac{1}{r} \exp\left(-1.1 \cdot \frac{t}{\tau}\right) \quad (1)$$

$$-\frac{1}{r} \exp\left(-1.1 \cdot \frac{t}{\tau}\right) \quad (2)$$

$$-\frac{1}{r} \exp\left(-1.1 \cdot \frac{t}{\tau}\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \exp\left(-1.1 \cdot \frac{t}{\tau}\right) \quad (4)$$

یک خازن کروی از دو سطح هادی کروی هم مرکز به شعاع‌های a و b (شکل شده است. فضای بین دو کره هادی را عایقی ناهمگن با ضریب گذردهی $\epsilon = \epsilon_0(1 + \sin \theta)(1 + \cos^2 \phi)$ پر کرده است. ظرفیت این خازن کدام است؟

۸۹

$$\frac{\epsilon_0 \pi}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} (1 + \pi) \quad (2)$$

$$\frac{\epsilon_0 \pi}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \left(1 + \frac{3}{2}\pi\right) \quad (1)$$

$$\frac{\epsilon_0 \pi}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} (1 + 3\pi) \quad (4)$$

$$\frac{\epsilon_0 \pi}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} (3 + \pi) \quad (3)$$

یک حلقه دایروی در صفحه xy به شعاع کوچک a و مرکز مبدأ و حلقه دیگر در صفحه $x + y + 3z = d$ به شعاع کوچک b و مرکز $(\frac{d}{2}, \frac{d}{2}, 0)$ به‌طوری‌که $a, b \ll d$ می‌باشند، قرار دارند. اندازه اندوکتانس متقابل بین این دو حلقه کدام است؟

۸۹

$$\frac{2\mu_0 \pi a^2 b^2}{\sqrt{22} d^4} \quad (4) \quad \frac{2\mu_0 \pi a^2 b^2}{\sqrt{22} d^4} \quad (3) \quad \frac{\mu_0 \pi^2 a^2 b^2}{\sqrt{11} d^4} \quad (2) \quad \frac{\mu_0 \pi^2 a^2 b^2}{2 d^4} \quad (1)$$

یک مدار مغناطیسی با سطح مقطع یکنواخت $2cm^2$ ، شامل $2mm$ فاصله هوایی و $5cm$ طول مدار مغناطیسی می‌باشد. با فرض $\mu_r = 200$ ، اندوکتانس چنین مداری با N دور سیم بر روی آن، کدام است؟

۸۹

$$\frac{16}{90} \mu_0 N^2 \quad (4) \quad \frac{2}{90} \mu_0 N^2 \quad (3) \quad \frac{4}{90} \mu_0 N^2 \quad (2) \quad \frac{8}{90} \mu_0 N^2 \quad (1)$$

مطلوب است محاسبه انرژی ذخیره شده در واحد طول درون یک پوسته

استوانه‌ای رسانا (غیرمغناطیسی) با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b . از این پوسته، جریان I به

صورت یکنواخت عبور می‌کند.

۸۹

$$\frac{\mu_0 I^2}{8\pi(b^2 - a^2)}(b^2 - 2a^2 + \frac{4a^4}{b^2 - a^2} \ln \frac{b}{a}) \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 I^2}{16\pi(b^2 - a^2)}(b^2 - 2a^2 + \frac{4a^4}{b^2 - a^2} \ln \frac{b}{a}) \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 I^2}{16\pi(b^2 - a^2)}(b^2 + 2a^2 + \frac{4a^4}{b^2 - a^2} \ln \frac{b}{a}) \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 I^2}{8\pi(b^2 - a^2)}(b^2 + 2a^2 + \frac{4a^4}{b^2 - a^2} \ln \frac{b}{a}) \quad (4)$$

در مرکز یک حلقه جریان دایروی به شعاع b و جریان I ، حلقه جریان دایروی

دیگری به شعاع $100/b$ و جریان I به طور مایل قرار دارد، به قسمی که محور این دو حلقه

با یکدیگر زاویه θ_0 می‌سازند. اندازه اندوکتانس متقابل M_{12} این دو حلقه چقدر است؟

۹۰

$$\frac{\mu_0 \pi b}{2} \cos \theta_0 \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 \pi b}{2} \sin \theta_0 \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 \pi b}{2 \times 10^4} \cos \theta_0 \quad (4)$$

$$\frac{\mu_0 \pi b}{2 \times 10^4} \sin \theta_0 \quad (3)$$

یک کره رسانا به شعاع a و پتانسیل V_0 در فضای آزاد قرار دارد. این کره را

در محیطی به ضریب گذردگی $\epsilon = \epsilon_0 \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)$ قرار می‌دهیم. میزان تغییر انرژی ذخیره

شده در سیستم ΔW طی این فرآیند چقدر است؟

$$(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}) 2\pi \epsilon_0 a V_0^2 \quad (2)$$

$$(\frac{\pi}{4} - 1) 2\pi \epsilon_0 a V_0^2 \quad (1)$$

$$(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}) 2\pi \epsilon_0 a V_0^2 \quad (4)$$

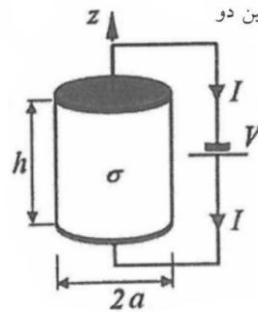
$$(\frac{\pi}{2} - 1) 2\pi \epsilon_0 a V_0^2 \quad (3)$$

فاصله بین دو دیسک دایروی به شعاع a که از جنس رسانای کامل هستند

توسط ماده‌ای به رسانائی ناهمگن $\sigma = k \left(1 + \frac{z}{h}\right) \left(1 + \frac{r}{a}\right)$ پر شده که h فاصله بین دو

دیسک بوده و $0 \leq z \leq h$ و $0 \leq r \leq a$ فاصله از محور ساختار می‌باشد. مقاومت اهمی R بین دو

دیسک چقدر است؟



$$\frac{2 \ln 2}{10\pi} \frac{h}{ka^2} \quad (2) \quad \frac{2 \ln 2}{5\pi} \frac{h}{ka^2} \quad (1)$$

$$\frac{2 \ln 2}{\pi} \frac{h}{ka^2} \quad (4) \quad \frac{\ln 2}{4\pi} \frac{h}{ka^2} \quad (3)$$

یک خازن مسطح در دست است. صفحه زیرین خازن در صفحه $z=0$ و صفحه بالای آن در صفحه $z=h$ قرار گرفته است. مساحت هر صفحه A فرض می شود. بین دو صفحه این خازن یک عایق غیرهمگن با ضریب گذردهی نسبی به صورت $\epsilon_r = (1+a^r z^r)$ قرار دارد. ظرفیت این خازن با فرض $A < h$ کدام است؟

۹۰

$$\frac{\epsilon_0 A a}{\tan^{-1}(ah)} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2} \epsilon_0 A a}{\tan^{-1}(\sqrt{2}ah)} \quad (3)$$

$$\frac{2\sqrt{2} \epsilon_0 A a}{\tan^{-1}(2\sqrt{2}ah)} \quad (4)$$

بین دو پوسته کروی رسانا $\sigma(r) = \frac{\sigma_0}{r}$ از ماده‌ای با رسانایی $a < r < b$ پر شده است، که در آن r شاعع دستگاه کروی و a و b مقادیر ثابتی هستند. اگر سطح پتانسیل صفر و سطح $r = b$ در پتانسیل V باشد، چگالی جریان در این ناحیه کدام است؟

$$\vec{J} = \frac{-\sigma_0 V_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{a}_r \quad (2)$$

$$\vec{J} = \frac{-\sigma_0 V_0}{r(b-a)} \hat{a}_r \quad (3)$$

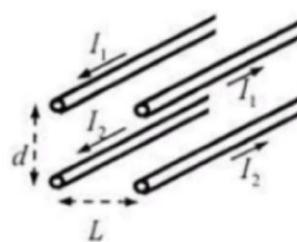
$$\vec{J} = \frac{-\sigma_0 V_0}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \hat{a}_r \quad (4)$$

در شکل زیر ضریب القاء متقابل در واحد طول، بین ۲ زوج سیم (سیم‌های بالای

زوج اول و سیم‌های پایینی زوج دوم) کدام است؟ (سیم‌های بالای دقیقاً بالای

سیم‌های پایینی و به فاصله L از آن‌ها قرار دارند).

۹۱



$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln(1 + \frac{d^r}{L^r}) \quad (3)$$

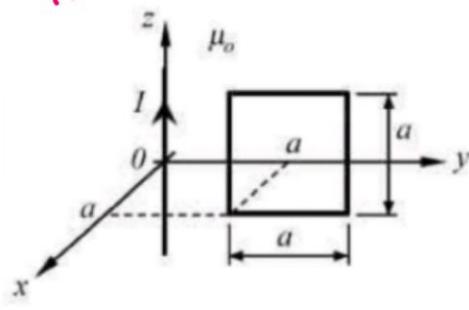
$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln(1 - \frac{d^r}{L^r}) \quad (1)$$

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln(1 + \frac{L^r}{d^r}) \quad (4)$$

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln(1 - \frac{L^r}{d^r}) \quad (2)$$

مطابق شکل یک حلقه سیم مربع شکل در مجاورت یک سیم طویل حامل جریان I قرار دارد. توجه شود که حلقه و سیم طویل در یک صفحه واقع نیستند. اندازه اندوکتانس متقابل بین حلقه و سیم طویل کدام است؟

۹۲



$$\frac{\mu_0 a}{4\pi} \ln\left(\frac{a}{2}\right) \quad (1)$$

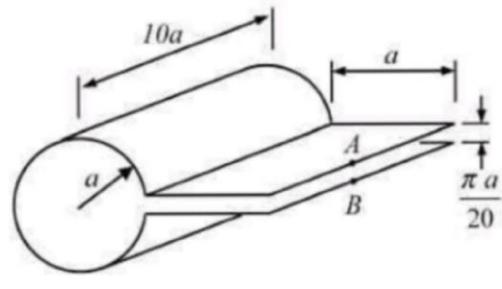
$$\frac{\mu_0 a}{4\pi} \ln\left(\frac{a}{2}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{2}\right) \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{2}\right) \quad (4)$$

یک نوار مسی بسیار نازک را به صورت شکل زیر درآورده‌ایم. اندازه‌گیری از نقاط A و B به طور تقریبی کدام است؟

۹۴



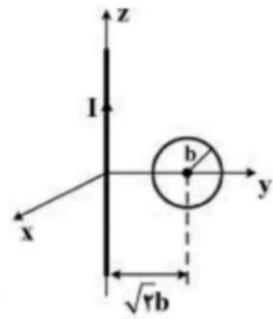
$$\mu_0 \frac{\pi a}{210} \quad (1)$$

$$\mu_0 \frac{7\pi a}{20} \quad (2)$$

$$\mu_0 \frac{7\pi a}{200} \quad (3)$$

$$\mu_0 \left(\frac{200}{\pi} + \frac{\pi}{10} \right) a \quad (4)$$

یک حلقه سیم دایروی در مجاورت یک سیم طویل حامل جریان I (مطابق شکل) قرار دارد. در صورتی که جریان سیم طویل به طور آنی صفر شود، جریان القابی در حلقه دایروی، کدام است؟ (فرض کنید سلف خودی حلقه L باشد)



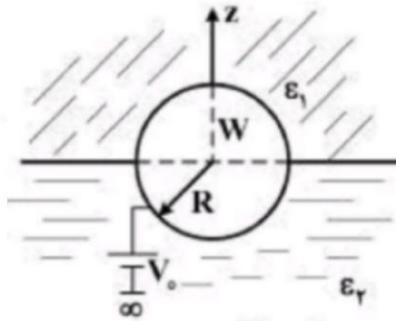
$$\frac{\mu_0 b}{L} \left(2 \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) I \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 b}{L} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) I \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 b}{L} \left(2\sqrt{2} - 1 \right) I \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 b}{L} \left(\sqrt{2} - 1 \right) I \quad (4)$$

یک کره رسانا بهشعاع R به صورت متقاضی بین دو نیم فضای عایقی با گذردگی ϵ_2, ϵ_1 قرار گرفته است. اگر کره به پتانسیل V_∞ نسبت به بین‌نهایت متصل شود، چه نیروی الکترواستاتیکی به کره وارد خواهد شد؟



$$\frac{\pi}{2} (\epsilon_1 - \epsilon_2) V_\infty^2 \hat{a}_Z \quad (1)$$

$$(\epsilon_2 - \epsilon_1) V_\infty^2 \hat{a}_Z \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} (\epsilon_1 - \epsilon_2) V_\infty^2 \hat{a}_Z \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{4} (\epsilon_2 - \epsilon_1) V_\infty^2 \hat{a}_Z \quad (4)$$