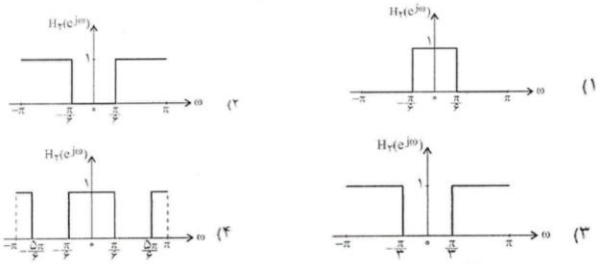
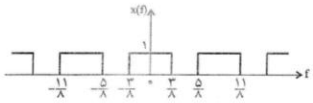
تبدیل فوریه سیگنالهای گسسته در زمان — بخش 4 مرور

اگر $h_1[n]$ پاسخ ضربه یک فیلتر پایین گذر ایده‌آل با فرکانس قطع $\omega = \frac{\pi}{3}$ باشد، آنگاه فیلتری با پاسخ ضربه $h_2[n] = \begin{cases} h_1\left[\frac{n}{2}\right] & , \text{زوج } n \\ 0 & , \text{فرد } n \end{cases}$ کدام است؟ ۷۸



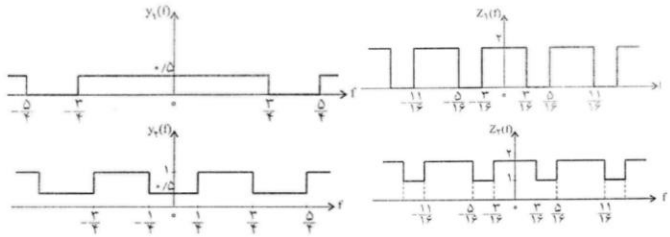
۱) ۲) ۳) ۴)

سیگنال زمان – گسسته $x[n]$ با تبدیل فوریه نشان داده شده در شکل ذیل را در نظر بگیرید. اگر داشته باشیم: ۷۸



$z[n] \triangleq \begin{cases} x[n] & , \text{زوج } n \\ 0 & , \text{فرد } n \end{cases}$ $\quad y[n] \triangleq x[2n]$

تبدیل فوریه این دو یعنی $y(f)$ و $z(f)$ کدام یک از شکلهای زیر خواهد بود؟



۱) $Z(f) = Z_1(f), Y(F) = Y_1(F)$

۲) $Z(f) = Z_1(f), Y(F) = Y_2(F)$

۳) $Z(f) = Z_2(f), Y(F) = Y_1(F)$

۴) $Z(f) = Z_2(f), Y(F) = Y_2(F)$

رابطه بین یک سیگنال پیوسته با انرژی محدود $\phi(t)$ و یک سیگنال زمان – گسسته با انرژی محدود $h[n]$، به صورت زیر است:

$$\phi(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]\phi(2t-n)$$

اگر تبدیل فوریه زمان گسسته $h[n]$ را با $H(\omega)$ و تبدیل فوریه زمان پیوسته $\phi(t)$ را با $\phi(\omega)$ نشان دهیم، رابطه بین این دو تبدیل فوریه کدام است؟ ۷۸

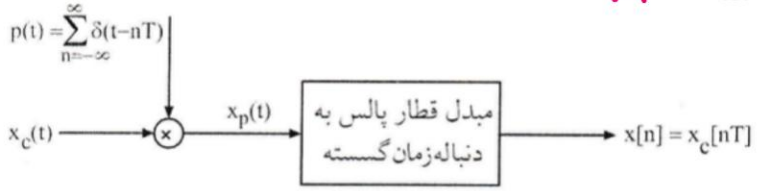
۱) $\phi(\omega)H(\omega) = 2\phi(2\omega)$

۲) $\phi(\omega)H(\omega) = \frac{1}{2}\phi(\frac{\omega}{2})$

۳) $\phi(\omega)H(\omega) = 2\phi(\frac{\omega}{2})$

۴) $\phi(\omega)H(\omega) = \frac{1}{2}\phi(2\omega)$

سیگنال $x_c(t)$ که از نظر پهنای باند محدود است با نرخی بیش از نرخ نایکویست نمونه‌برداری می‌شود. نمونه‌ها که به فاصله T ثانیه از یکدیگر فاصله دارند به یک دنباله $x[n]$ مطابق شکل زیر تبدیل می‌شوند. رابطه بین انرژی دنباله E_d و انرژی سیگنال اصلی E_c و بازه T به کدام صورت زیر است: ۷۹



۱) $E_c = \frac{E_d}{T}$

۲) $E_c = TE_d$

۳) $E_c = T^2E_d$

۴) $E_c = \frac{E_d}{T^2}$

اگر بین سیگنالهای زمان – گسسته $x[n]$ و $y[n]$ رابطه زیر برقرار باشد، آنگاه چه رابطه ای بین تبدیل فوریه آنها یعنی $X(\omega)$ و $Y(\omega)$ برقرار است؟ ۸۰

$$y[n]=\begin{cases} x[-n] & \text{زوج}, n \\ -x[-n] & \text{فرد}, n \end{cases}$$

۱) $Y(\omega)=X(\pi-\omega)$

۲) $Y(\omega)=X(\omega-\pi)$

۳) $Y(\omega)=X^*(\omega-\pi)$

۴) $Y(\omega)=X^*(\pi-\omega)$

$x(t)$ یک سیگنال متناوب با دورهٔ تناوب اصلی T_m و فرکانس اصلی $\omega_m \overset{\Delta}{=} \frac{۲\pi}{T_m}$ می‌باشد. نرخ نایکوئیست این سیگنال با کدام گزینه برابر است؟ ۸۱

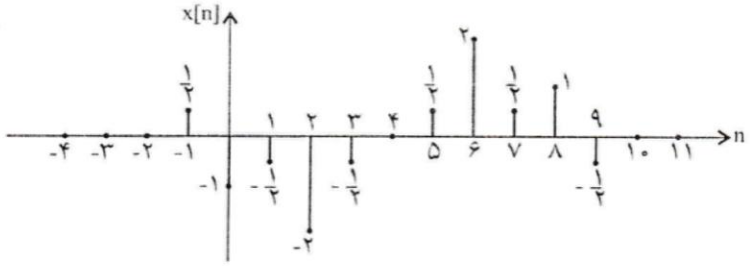
۱) ω_m

۲) $۲\omega_m$

۳) مضرب محدود و صحیحی از ω_m

۴) به شکل موج $x(t)$ بستگی دارد.

اگر سیگنال $x[n]$ به صورت زیر باشد، در اینصورت فاز تبدیل فوریه این سیگنال کدام است؟ ۸۱



۱) صفر

۲) $-\frac{\pi}{۲}$

۳) -۴ω

۴) $-۴\omega \pm \frac{\pi}{۲}$

تبدیل فوریه سیگنال $x[n]=۴^{-n}u[n+۲]$ کدام است؟ ۸۱

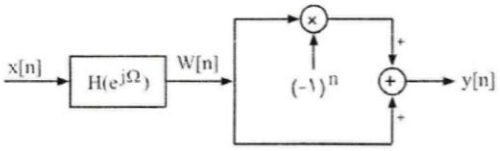
۱) $X(e^{j\Omega})=\frac{۶۴e^{-۲j\Omega}}{۴-e^{-j\Omega}}$

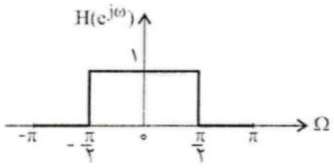
۲) $X(e^{j\Omega})=\frac{۱۶e^{-j\Omega}}{۴-e^{-j\Omega}}$

۳) $X(e^{j\Omega})=\frac{۶۴e^{۲j\Omega}}{۴-e^{-j\Omega}}$

۴) $X(e^{j\Omega})=\frac{۱۶e^{j\Omega}}{۴-e^{-j\Omega}}$

با فرض اینکه ورودی سیستم مقابل برابر ضربه واحد باشد، در این صورت خروجی آن کدام است؟ ۸۱





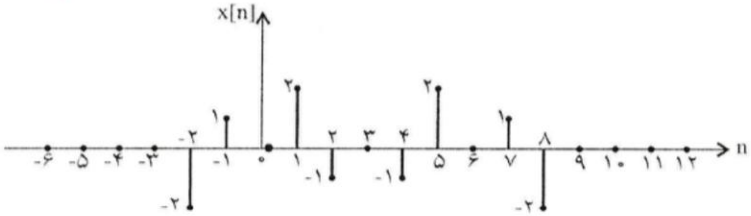
۱) $\delta[n]$

۲) $h[n]$

۳) $[(-۱)^n + ۱]h(n)$

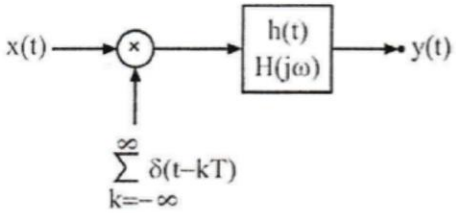
۴) $[(-۱)^n + ۱] * h[n]$

فرض کنید $X(j\Omega)$ مشخص کننده تبدیل فوریه سیگنال $x[n]$ که در شکل نمایش داده شده است باشد. در این صورت مقدار $X(۰)$ و فاز $X(j\omega)$ به ترتیب برابر است با: ۸۲



۱) $-۲\Omega,۰$ ۲) $-۳\Omega,۰$ ۳) $۰,۶$ ۴) $-۲\Omega,۶$

اگر در شکل زیر $x(nt) = \begin{cases} ۱ & , n = ۰ \\ ۰ & , n = \pm۱, \pm۲, \ldots \end{cases}$ باشد، در آنصورت $y(t)$ برابر است با: ۸۲



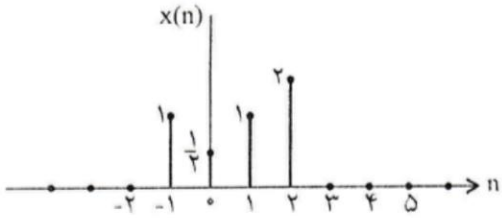
۱) $h(t)$

۲) $x(t)$

۳) $\delta(t)$

۴) $x(t) * h(t)$

اگر $x(n)$ به صورت زیر باشد، مقدار $\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega} \right|^۲ d\omega$ کدام است؟ ۸۲



۱) ۱۲π

۲) ۱۸π

۳) ۳۶π

۴) $\frac{۴۵\pi}{۲}$

رابطهٔ بین ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ برای یک سیستم LTI زمان – گسسته با معادلهٔ تفاضلی $y[n]-\frac{1}{2}y[n-2]+\frac{1}{16}y[n-4]=x[n]+x[n-1]$ داده شده است. خروجی سیستم در حالت دائمی به ورودی $x[n]=\sin\frac{\pi}{2}n+3\cos\pi n$ برابر است با: ۸۳

۱) $\frac{9}{8}\cos\pi n$

۲) $\frac{16\sqrt{2}}{25}\sin\frac{\pi}{2}(n-\frac{1}{2})$

۳) $\frac{32}{23}\sin\frac{\pi}{2}(n-\frac{1}{2})$

۴) $\frac{16\sqrt{2}}{25}\sin\frac{\pi}{2}(n-\frac{1}{2})+\frac{9}{8}\cos\pi n$

در صورتیکه رابطه بین تبدیل فوریه ورودی و خروجی یک سیستم زمان-گسسته بصورت $y(\Omega)=\int_{\Omega-\frac{\pi}{4}}^{\Omega+\frac{\pi}{4}}X(\theta)d\theta$ باشد، آنگاه رابطه بین ورودی و خروجی در حوزه زمان برابر است با: ۸۳

راهنمایی: $\left(x[n]=\frac{\sin Wn}{n\pi}\overset{DTFT}{\leftrightarrow}X(\Omega)=\begin{cases}1\,;\,0\le|\Omega|\le W\\0\,;\,W<|\Omega|\le\pi\end{cases}\right.$

$X(\Omega)$ متناوب با تناوب 2π ، $0<W<\pi$)

۱) $y[n]=2x[n]\frac{\sin n\frac{\pi}{4}}{n}$

۲) $y[n]=x[n]\frac{\sin n\frac{\pi}{4}}{n\pi}$

۳) $y[n]=2x[n]\frac{\sin n\frac{\pi}{4}}{n\pi}$

۴) $y[n]=2\pi x[n]\frac{\sin n\frac{\pi}{4}}{n}$

$x(t)$ سیگنالی متناوب با پریود T و ضرایب سری فوریه a_k است. اگر $y[n]$ دنباله زمان گسسته با تبدیل فوریه $Y(\omega)$ باشد و داشته باشیم $a_k=y[-k],\forall k$ در آن صورت کدام گزینه کامل‌تر است؟ ۸۴

۱) $x(\omega)=Y(l\omega)$ و l عدد صحیح حقیقی

۲) $x(\omega)=Y(\alpha\omega)$ و α عدد حقیقی دلخواه

۳) $x(\omega)=Y(\omega)$

۴) $x(\omega)=Y(\frac{2\pi}{T}\omega)$

اگر $X(\omega)$ تبدیل فوریه سیگنال زمان گسسته $x[n]$ باشد در آن صورت ضرایب بسط سری فوریه $x(t)$ عبارتند از: ۸۴

۱) $x[k]$

۲) $x[-k]$

۳) $\frac{1}{2\pi}x[k]$

۴) $\frac{1}{2\pi}x[-k]$

یک سیستم گسسته خطی و تغییرناپذیر با زمان را در نظر بگیرید که دارای پاسخ ضربه $h[n]=(\frac{1}{2})^n u[n]$ باشد($u[n]$ مشخص کننده پله واحد می‌باشد). خروجی این سیستم $y[n]$ وقتی تبدیل فوریه ورودی $X(\Omega)=\frac{1}{1-\frac{3}{4}e^{-j\Omega}}$ باشد برابر کدام است؟ ۸۶

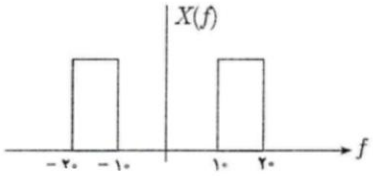
۱) $\left[-2(\frac{1}{2})^n-3(\frac{3}{4})^n\right]u[n]$

۲) $\left[2(\frac{1}{2})^n-3(\frac{3}{4})^n\right]u[n]$

۳) $\left[2(\frac{1}{2})^n+3(\frac{3}{4})^n\right]u[n]$

۴) $\left[-2(\frac{1}{2})^n+3(\frac{3}{4})^n\right]u[n]$

تبدیل فوریه سیگنال باند میانی زمان پیوسته به صورت ذیل داده شده است: ۸۸



حداقل فرکانس نمونه‌برداری برای آنکه بتوان این سیگنال را از روی نمونه‌های آن بازسازی نمود، کدام مورد خواهد بود؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

اگر $x[n]\xleftrightarrow{F}X(e^{j\omega})$ در آن صورت ضرایب سری فوریه $y(t)\triangleq X(e^{j\frac{2\pi}{T}t})$ عبارتند از: ۸۸

۱) $x[k]$ ۲) $x[-k]$ ۳) $\frac{T}{2\pi}x[-k]$ ۴) $\frac{T}{2\pi}x[k]$

سیگنال زمان گسسته‌ی $x[n]$ به صورت زیر داده شده است. تبدل فوریه‌ی زمان گسسته‌ی این سیگنال را با $X(e^{j\omega})$ نشان داده و $Y(e^{j\omega})$ را به صورت مربع اندازه‌ی X، یعنی $Y(e^{j\omega})\triangleq|X(e^{j\omega})|^2$، تعریف می‌کنیم. با گرفتن عکس تبدیل فوریه $Y(e^{j\omega})$، سیگنال $y[n]$ به دست می‌آید در این صورت $y[12]$ برابر است با: ۸۸

$$x[n]=\begin{cases}15-n & \text{اگر } 0\le n<15\\ 0 & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$$

۱) ۸۲ ۲) ۸۳ ۳) ۸۵ ۴) ۸۶

اگر $X(e^{j\omega})$ تبدیل فوریه سیگنال زمان گسسته $x[n]$ باشد، در این صورت ضرایب بسط سری فوریه سیگنال زمان پیوسته $y(t) = X(e^{j2t})$ کدام است؟ ۸۹

۱) $x[-k]$ ۲) $x[k]$ ۳) $x[2k]$ ۴) $x[-2k]$

اگر تبدیل فوریه سیگنال زمان گسسته $x[n]$ به صورت زیر باشد: ۸۹

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta\left(\omega - \frac{k\pi}{2}\right)$$

آنگاه $x[6]$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

اگر $X(e^{j\omega}) = \begin{cases} \cos\omega & \frac{\pi}{2} < |\omega| \le \pi \\ 0 & 0 \le |\omega| \le \frac{\pi}{2} \end{cases}$ باشد و $y[n] = (-1)^n x[n]$ ، $y[n]$ پاسخ ضربه یک فیلتر ..... است. ۸۹

۱) بالاگذر ۲) میان گذر ۳) میان نگذر ۴) پایین گذر

شرط لازم و کافی برای حقیقی بودن زوج تبدیل فوریه گسسته – زمان $x[n]$ و $X(e^{j\omega})$ عبارت است از: ۹۰

۱) برای کلیه nها: $x[-n] = x[n]$

۲) برای صرفاً nهای زوج: $x[-n] = x[n]$

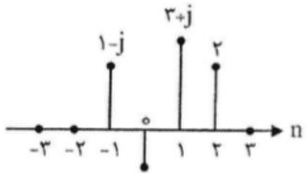
۳) برای صرفاً nهای فرد: $-x[n] = x[-n]$

۴) برای nهای زوج: $x[-n] = x[n]$ و برای nهای فرد $x[-n] = -x[n]$

سیگنال $x[n]$ مطابق شکل روبه‌رو داده شده است: ۹۰

$$x[n] = (1-j)\delta[n+1] - \delta[n] + (3+j)\delta[n-] + 2\delta[n-2]$$

حاصل انتگرال $\int_0^{2\pi} \left| \frac{d}{d\omega} Jm(X(e^{j\omega})) \right|^2 d\omega$



۱) 24π
۲) 22π
۳) 20π
۴) 26π

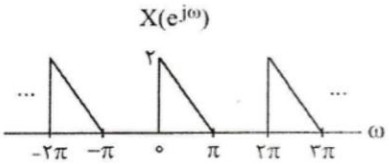
سیگنال زمان – گسسته $x[n]$ به صورت زیر داده شده است: ۹۰

$$x[n] = (\frac{1}{2})^n u[n] + 3^n[-n]$$

اگر تبدیل فوریه $x[n]$ را با $X(e^{j\omega}) = X_R(\omega) + jX_I(\omega)$ نشان دهیم (که X_R و X_I به ترتیب جزء حقیقی و جزء موهومی $X(e^{j\omega})$ هستند) و تبدیل فوریه سیگنال $y[n]$ را به صورت $Y(e^{j\omega}) = 6X_I(\omega + \frac{\pi}{2})$ تعریف کنیم، در این صورت $y[1]$ چقدر است؟

۱) $-j\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $-j\frac{5}{2}$ ۴) $-\frac{5}{2}$

تبدیل فوریه زمان – گسسته سیگنال $x[n]$ در شکل مقابل داده شده است. اگر سیگنال زمان – پیوسته $f(t)$ به صورت $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Re\{x[n]\}e^{j2nt}$ تعریف شود، مقدار $f(t)$ در $t = \frac{\pi}{2}$ چقدر است؟ (جزء حقیقی: $Re\{\circ\}$) ۹۰



۱) ۲
۲) $\frac{1}{2}$
۳) ۱
۴) ۰

در یک سیستم LTI پایدار علّی با پاسخ ضربهٔ $h[n]$، پاسخ سیستم به ورودی $x[n] = 1 + \cos(2\pi f_0 n + \frac{\pi}{3})$ به صورت $y[n] = j - e^{j2\pi f_0 n}$ بدست آمده است. مقدار $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Re\{h[n]\} \sin(2\pi f_0 n)$ در این سیستم چقدر است؟ ۹۱

۱) -1
۲) $+1$
۳) $-\sin\frac{\pi}{3}$
۴) $\cos\frac{\pi}{3}$

در یک سیستم LTI پایداری علّی با پاسخ ضربه $h[n]$، پاسخ سیستم به ورودی $x[n]=1+\cos[2\pi f_0 n+\frac{\pi}{3}]$ به صورت $y[n]=j-e^{j2\pi f_0 n}$ به دست آمده است. مقدار $\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\mathrm{Re}\{h[n]\sin(2\pi f_0 n)\}$ در این سیستم برابر کدام است؟ ۹۲

۱) $\sum_n \mathrm{Re}\{h[n]\}\sin(2\pi f_0 n)=-1$

۲) $\sum_n \mathrm{Re}\{h[n]\}\sin(2\pi f_0 n)=\sum_n \mathrm{Re}\{h[n]\}\cos(2\pi f_0 n)$

۳) $\sum_n \mathrm{Re}\{h[n]\}\sin(2\pi f_0 n)=\sin\frac{\pi}{3}$

۴) $\sum_n \mathrm{Re}\{h[n]\}\sin(2\pi f_0 n)=-1$

اگر تبدیل فوریه سیگنال $x[n]$ برابر $X(j\omega)$ باشد، تبدیل فوریه $x[2n+1]$ کدام است؟ ۹۳

۱) $X(\frac{j\omega}{2})$

۲) $\mathrm{Re}[X(j\omega)]$

۳) $\frac{1}{2}X(j\omega)-\frac{1}{2}X(j(\omega-\pi))$

۴) $X(\frac{j\omega}{2})-X(j\frac{\omega-\pi}{2})$

یک سیستم زمان گسسته با ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را درنظر بگیرید. رابطهٔ تبدیل فوریهٔ خروجی و ورودی این سیستم به‌صورت $y(e^{j\omega})=\int_{\omega-\frac{\pi}{4}}^{\omega+\frac{\pi}{4}} x(e^{j\lambda})d\lambda$ به‌هم مرتبط هستند. $y[n]$ بر حسب $x[n]$، کدام است؟ ۹۵

۱) $y[n]=2n\cos(\frac{\pi}{4}n)x[n]$

۲) $y[n]=\frac{2}{n}\sin(\frac{\pi}{4}n)x[n]$

۳) $y[n]=\frac{j2}{n}\sin(\frac{\pi}{4}n)x[n]$

۴) $y[n]=2n\sin(\frac{\pi}{4}n)x[n]$