

## دینامیک ماشین

### فصل اول: درجه آزادی

#### مقدمه

**مکانیک:** بخشی از علوم که حرکات، نیروها و زمان را در بر می گیرد.

استاتیک: زمان نقشی ندارد

دینامیک: زمان تاثیر دارد



**دینامیک (Dynamics):** دانش بررسی اجسام تحت تاثیر نیروها

**سینماتیک:** دانش بررسی حرکت محض بدون در نظر گرفتن نیروها

**سینتیک:** دانش بررسی حرکت اجسام با در نظر گرفتن نیروهای وارد

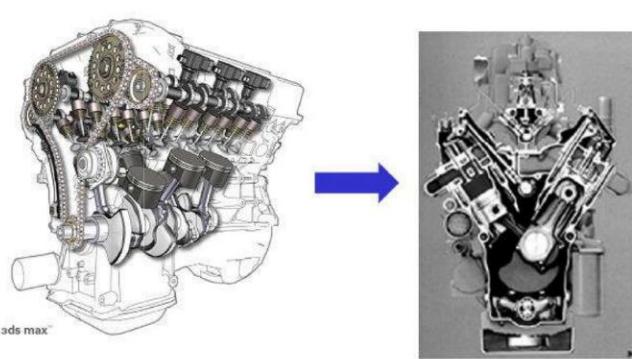
$$\sum F = ma$$



**ماشین (Machine):** وسیله‌ای است برای تغییر فرم و انتقال انرژی

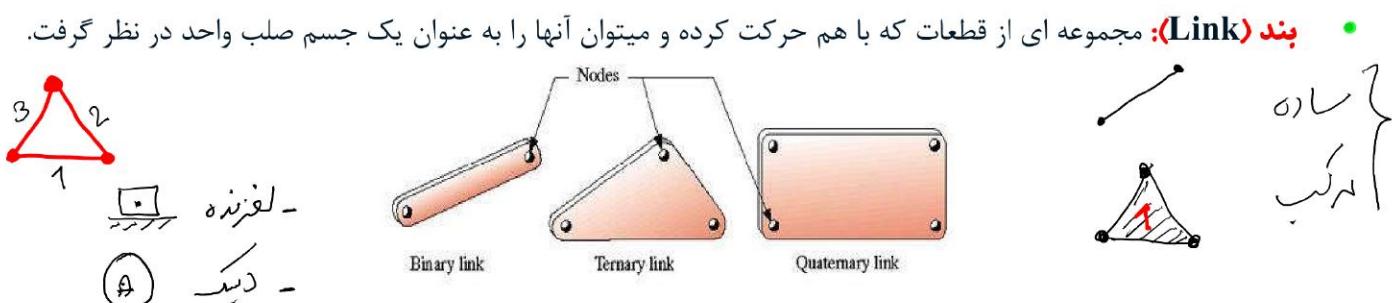
موتور الکتریکی  $\Rightarrow$  تبدیل انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی

ژنراتور  $\Rightarrow$  تبدیل انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی



## تعاریف

- **جسم صلب (Rigid):** جسمی است که فاصله هر دو نقطه از آن همواره ثابت باقی میماند، حتی اگر جسم حرکت کند یا تحت تاثیر نیروهای خارجی قرار داشته باشد.



- **حرکت صفحه ای:** مسیر حرکت تمام ذرات جسم صلب در یک صفحه و یا در صفحات موازی با یکدیگر می باشد.

## Degree of Freedom (درجه آزادی)

- **تعریف:** تعداد پارامترهای مستقل یا حداقل تعداد پارامترهای لازم برای تبیین یا تعیین وضعیت یک جسم
- **مفهوم:** درجه آزادی یک سیستم دینامیکی تعداد پارامترهای لازم برای تعیین تمامی مولفه های دینامیکی آن سیستم است. مثلاً در یک مکانیزم یک درجه آزادی با معلوم بودن سرعت زاویه ای یک عضو، سرعتها و سرعت زاویه ای های بقیه اعضا قابل محاسبه هستند.

### جسم صلب

- در فضای ۶ درجه آزادی دارد (۳ درجه آزادی حرکت انتقالی و ۳ درجه آزادی حرکت دورانی)
- در صفحه ۳ درجه آزادی دارد (۲ درجه آزادی حرکت انتقالی و یک درجه آزادی مربوط به دوران)

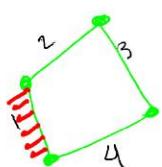
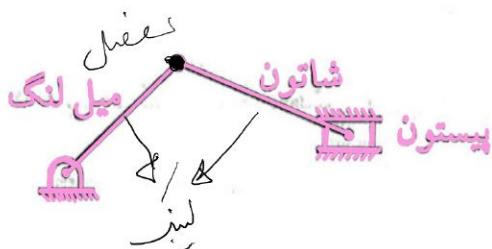
## • تعاریف

در بررسی مکانیزم‌ها مکرراً به عباراتی نظیر مکانیزم، ماشین، رابط و ... بر می‌خوریم که تعاریف آنها به شرح زیر است:

یک مکانیزم ترکیبی از اجسام صلب و مقاوم است که چنان به هم مرتبط شده‌اند که نسبت به یکدیگر دارای حرکت نسبی معینی هستند. مجموعه میل لنگ، دسته پیستون و پیستون در یک موتور احتراق داخلی مثالی از یک مکانیزم است.

ماشین یک مکانیزم و یا مجموعه‌ای از مکانیزم‌هایی است که نیرو را از منبع قدرت به مصرف‌کننده یا مقاومت مکانیکی نهایی منتقل می‌کند. موتور احتراق داخلی مثالی از یک ماشین است.

اهرم یا رابط ساده‌ترین عضو از یک مکانیزم است که با اتصال آن به اعضاء مجاور به نحوی که این اعضاء بتوانند نسبت به هم جایه‌جا شوند، کار یا عمل خاصی انجام می‌شود. محل اتصال دو اهرم که می‌توانند نسبت به هم جایجای شوند را مفصل می‌گویند. دیاگرام سینماتیکی نموداری است که در آن بعد یا ابعادی از یک اهرم مؤثر در حرکت مکانیزمی خاص، رسم می‌شود. شکل زیر دیاگرام سینماتیکی یک موتور احتراق داخلی را نمایش می‌دهد.

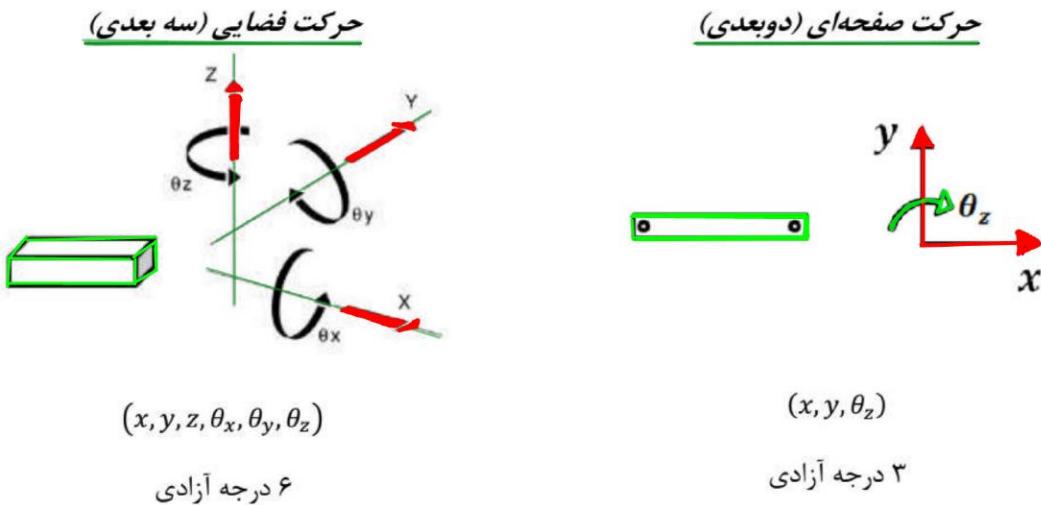


نحوه ساخته شده اهرم که بیان دهنده آن:

(ساخته) = نحوه ساخته که از لینز کا ای مثبت (زین) باشد.

## درجه آزادی (Degree of Freedom)

### جسم صلب

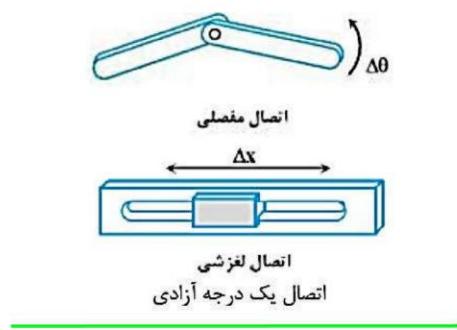


### مفاصل

- **مفصل:** محلی است بین دو رابط که از طریق آن حرکت و نیرو از رابطی به رابط دیگر منتقل می‌گردد.
- **الف) اتصالات J1:** اتصالات یک درجه آزادی (محدود کننده دو درجه آزادی)
- **ب) اتصالات J2:** اتصالات دو درجه آزادی (محدود کننده یک درجه آزادی)
  - در اتصالات J1، دو عضو متصل دارای یک درجه آزادی نسبت به هم بوده و دو درجه آزادی محدود می‌شود.
  - در اتصالات J2، دو عضو متصل دارای دو درجه آزادی نسبت به هم بوده و یک درجه آزادی محدود می‌شود.

## انواع مفاصل

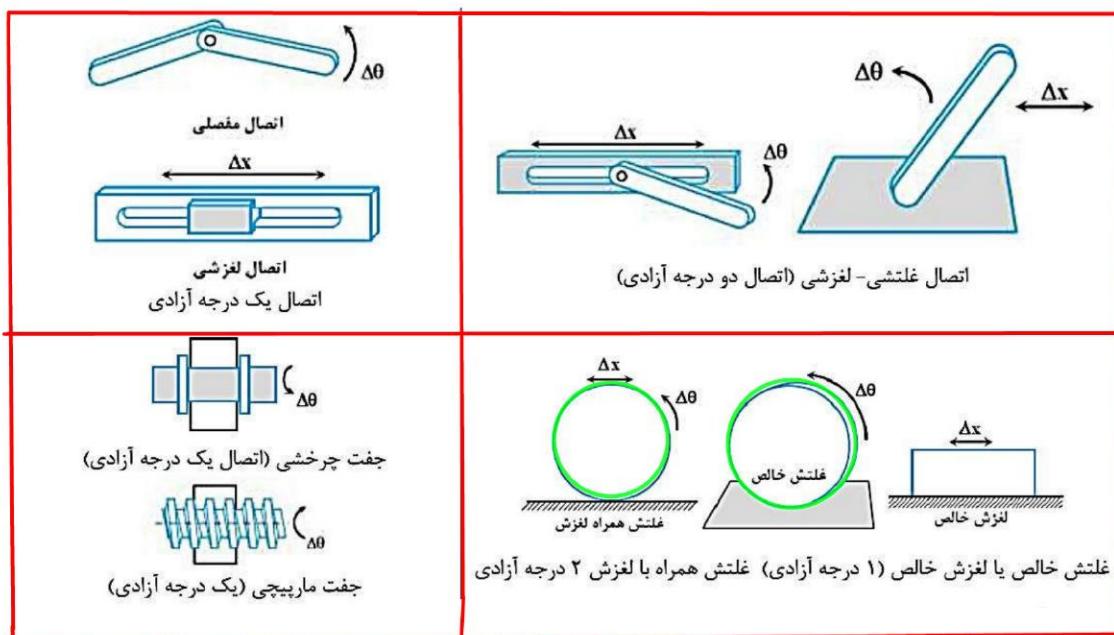
- **اتصال لولا یا مفصلی (Revolute)**: از سه درجه آزادی دو درجه را محدود کرده و تنها یک درجه را باقی میگذارد. بین دو رابط فقط حرکت نسبی زاویه ای امکان پذیر است. اتصال لولایی یک اتصال یک درجه آزادی است.
- **اتصال لغزشی (Slider)**: از سه درجه آزادی دو درجه را محدود کرده و تنها درجه آزادی باقی مانده جابجایی خطی است. این هم یک اتصال یک درجه آزادی است که در آن فقط یک حرکت نسبی خطی بین دو رابط وجود دارد.



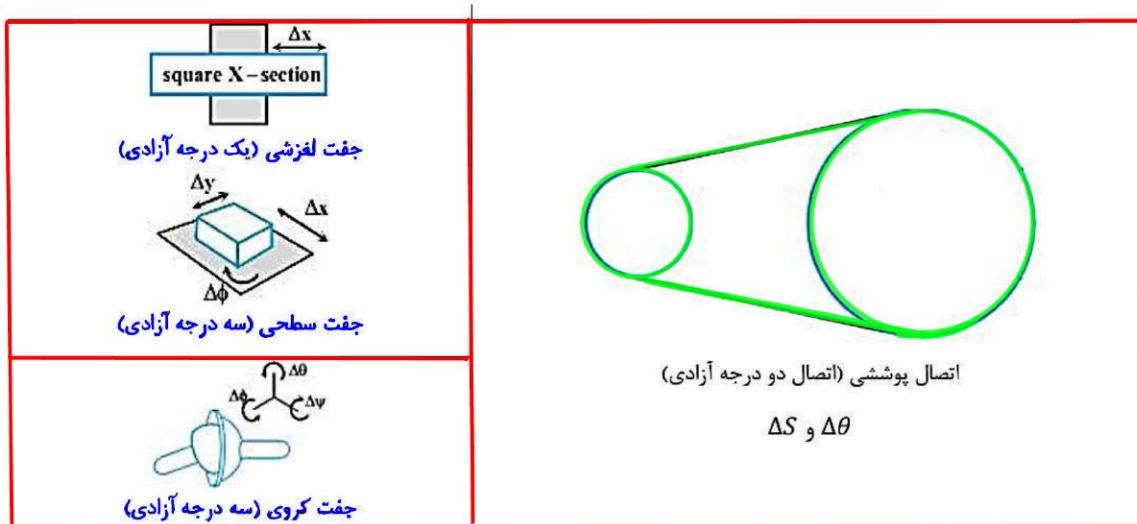
## انواع مفاصل

- **اتصال غلتش خالص (Rolling Pure)**: از سه درجه آزادی دو درجه را محدود کرده و تنها درجه آزادی باقی مانده زاویه چرخش یا جابجایی روی طول قوس تماس است.
- ✓ **چون این دو پارامتر به هم وابسته اند این اتصال از نوع J1 است.**
- **اتصال غلتش همراه با لغزش (Slide-Roll)**: از سه درجه آزادی یک درجه را محدود کرده و دو درجه آزادی باقی مانده زاویه چرخش و جابجایی روی طول قوس تماس است.
- ✓ **چون این دو پارامتر از هم مستقلند این اتصال از نوع J2 است.**
- **اتصال پوششی (Pair Wrapping)**: یک سیم، تسمه، زنجیر یا هر عضو انعطاف پذیر و بدون قابلیت تغییر طول است که دو بند بدون تماس مستقیم را به هم وصل میکند. از سه درجه آزادی یک درجه را محدود کرده و دو درجه آزادی باقی مانده چرخش جسم حول محل تماس اتصال و انتقال منحنی الخط حول محل دیگر تماس اتصال است. این اتصال از نوع J3 است.

## أنواع مفاصل



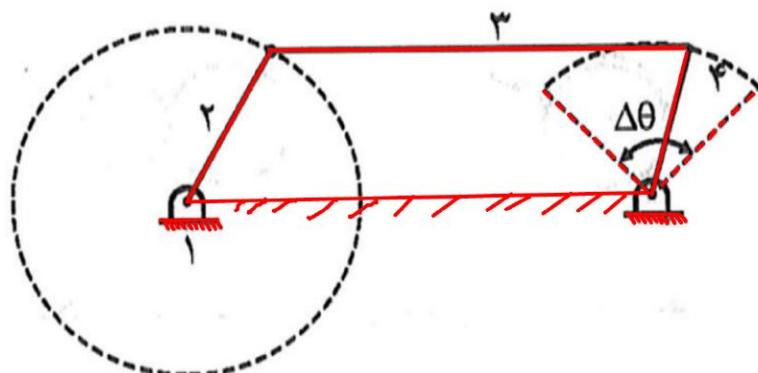
## أنواع مفاصل



## انواع اهرم

در یک مکانیزم چهار نوع اهرم وجود دارد:

- اهرم پایه که دستگاه مختصات مرجع به آن وصل بوده و حرکت مکانیزم نسبت به آن تحلیل می‌شود (زمین).
  - اهرم ورودی که معمولاً متصل به اهرم پایه بوده و کمیت‌های سینماتیکی به آن وارد می‌شوند.
  - اهرم خروجی که معمولاً متصل به اهرم پایه بوده و کمیت‌های سینماتیکی از آن گرفته می‌شوند.
  - اهرم رابط که مابین اهرم ورودی و خروجی و به عنوان رابط عمل می‌کند.
- از لحاظ دامنه نوسان (حرکت) نیز دو نوع اهرم داریم:
- اهرم لنگ (Crank) که می‌تواند در خلال حرکت به میزان  $360^\circ$  بچرخد.
  - اهرم نوسانگر یا سبک یا رقصک (Rocker) که در خلال حرکت می‌تواند بخشی از یک مسیر دایروی و نه تمام آن را طی کند، به عبارت دیگر در زاویه‌ای کمتر از  $360^\circ$  نوسان می‌کند.
- برای مثال در شکل زیر به ازای چرخش کامل اهرم ۲ یا لنگ، اهرم ۴ یا نوسانگر فقط در بازه  $\Delta\theta$  نوسان می‌کند.



- همچنین در یک تقسیم‌بندی دیگر اهرم‌ها به دو نوع ساده و مرکب می‌باشند:
- اگر اهرمی حداقل دو مفصل داشته باشد، آن را اهرم ساده می‌گویند.
  - اگر اهرمی بیش از دو مفصل داشته باشد، آن را اهرم مرکب می‌گویند.

## رابطه درجه آزادی گروبلر

### □ روش بست آوردن فرمول درجات آزادی:

- ❖ اگر تعداد رابط ها  $n$  باشد به ازای هر رابط ۳ درجه آزادی خواهیم داشت:  $(3n)$
- ❖ به دلیل وجود لینک ثابت (زمین) سه درجه آزادی کم می شود.  $(3n-3)$
- ❖ به ازای هر اتصال یک درجه آزادی دو محدودیت (قید) ایجاد میشود.
- ❖ به ازای هر اتصال دو درجه آزادی یک محدودیت ایجاد می شود.

$$f = 3(n-1) - 2 \underset{\text{تعداد درجات آزادی مکانیزم}}{j_1} - \underset{\text{تعداد اتصالات درجه آزادی}}{j_2}$$

تعداد اتصالات ۲ درجه آزادی

$$\begin{array}{ll} f \geq 1 & \text{برای مکانیزم ها :} \\ f < 1 & \text{برای سازه ها :} \end{array}$$

## رابطه درجه آزادی کوترباخ

$$M = 3(n-1) - \left( 3j - \sum_{i=1}^j f_i \right) = 3(n-j-1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$\sum_{i=1}^j f_i = 1+1+1+2 = 5$ 
 $j = \text{تعداد کل اتصالات}$ 
  
 $n-1 = \text{تعداد اعضای مکانیزم به جز لینک ثابت}$   
 $n = \text{تعداد اعضای مکانیزم}$   
 $DOF = \text{درجه آزادی مکانیزم}$

$$DOF < 0$$

نامعین از نظر استاتیکی

$$DOF = 0$$

معین از نظر استاتیکی (سازه)

$$DOF = 1$$

مکانیزم

$$DOF > 1$$

زنگیره سینماتیکی غیرمقید

نکته: رابطه کوترباخ استثنای هم دارد زیرا هیچ گونه اطلاعات هندسی در فرمول لحاظ نشده و در مواردی که مکانیزم قفل باشد، جواب نادرست است.

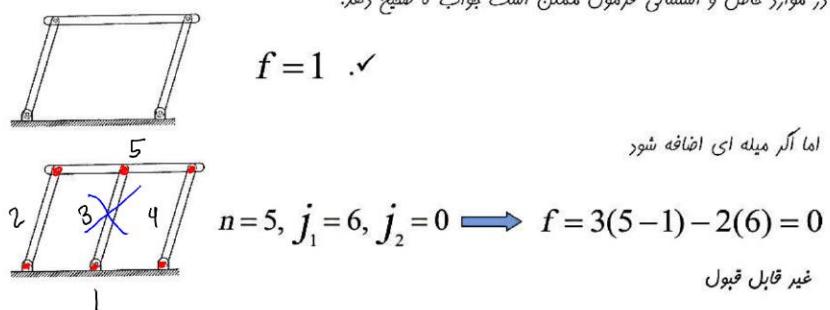
## زنگیره سینماتیکی

• **زنگیره سینماتیکی (Chain Kinematic)**: تعدادی از اعضای صلب که میتوانند نسبت به هم دارای حرکت نسبی باشند.

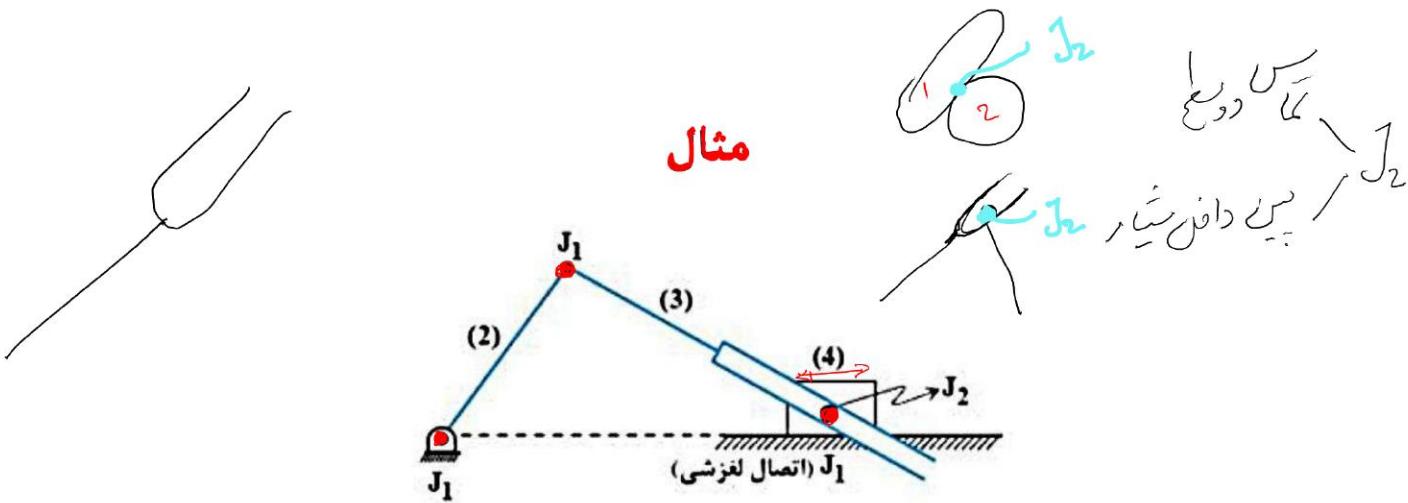
✓ **نکته:** هر زنگیره سینماتیکی که دارای یک درجه آزادی باشد یک مکانیزم را تشکیل میدهد.

✓ **نکته:** هرگاه درجه آزادی یک مکانیزم مساوی صفر شود مکانیزم را صلب نامیده و به آن سازه گفته می شود.

نیم ها که حوازک دارند اند از اینها



مثال



تعداد اعضای مکانیزم  $n = 4$

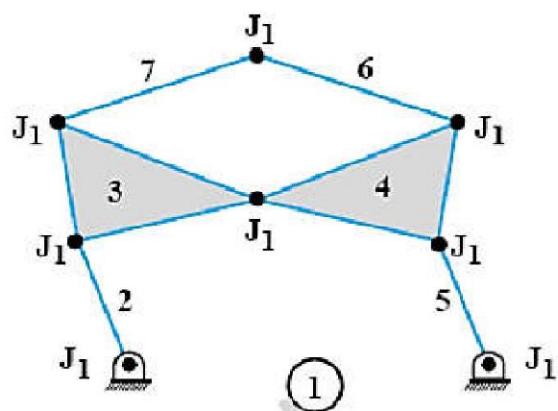
تعداد اتصالات یک درجه آزادی  $f_1 = 2$

تعداد اتصالات دو درجه آزادی  $f_2 = 1$

$$DOF = 2(n-1) - 2f_1 - f_2 = 2(4-1) - 2 \times 2 - 1 = 2$$

زنگیره سینماتیکی غیر مقید

## مثال



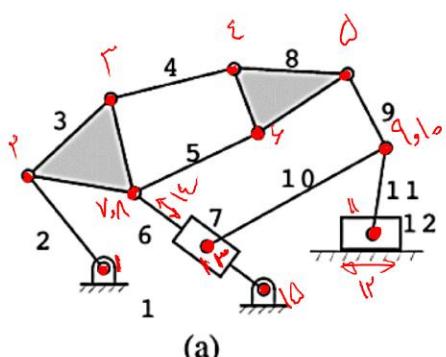
$n = 7$  تعداد اعضای مکانیزم

$f_1 = 8$ : تعداد اتصالات یک درجه آزادی

$$DOF = 2(n - 1) - 2f_1 - f_2 = 2(7 - 1) - 2 \times 8 - 0 = 2$$

زنگیره سینماتیکی غیرمحدود

## مثال



$$n = 12$$

$$J_1 = 15$$

$$J_2 = 0$$

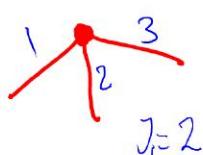
$$j = 15$$

$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(12 - 15 - 1) + 15 = -12 + 15 = 3$$

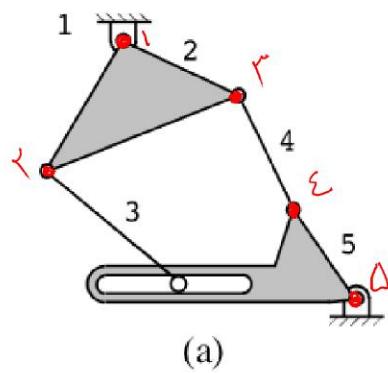
$$\text{Mobility} = 3$$

$$\text{Idle DOF} = 0$$



نکته: اگر ۳ لینک در یک نقطه بهم لوگ شوند باشند تعداد مقادیر  $J_1$  برابر  $n-1$  خواهد بود

## مثال



$$n = 5 \quad J_1 = 5 \quad J_2 = 1$$

$$j = 6$$

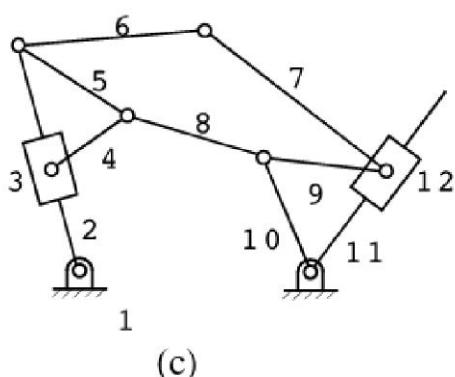
$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(5 - 6 - 1) + 7 = -6 + 7 = 1$$

Mobility = 1

Idle DOF = 0

## مثال



$$n = 12$$

$$j = 15$$

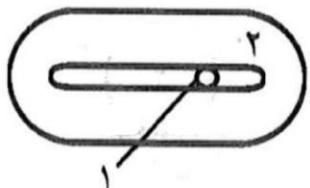
$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(12 - 15 - 1) + 15 = -12 + 15 = 3$$

Mobility = 3

Idle DOF = 0

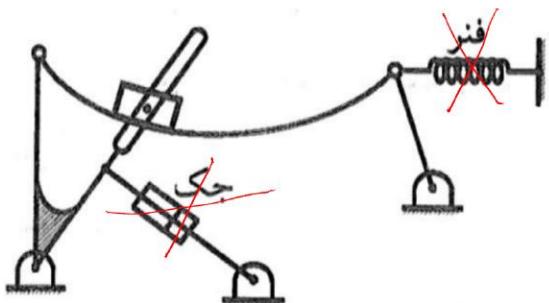
**۱)** اگر یک نقطه از عضوی به حرکت درون شیاری ایجاد شده در عضو دیگر مقید شده باشد، یک اتصال دو درجه آزادی را تشکیل می‌دهد. در شکل زیر نقطه انتهایی عضو ۱ مقید به حرکت درون شیار عضو ۲ گردیده است.



**۲)** فنرها و جک‌ها تأثیری در درجه آزادی سیستم ندارند و قابل حذف می‌باشند.

(مهندسه مکانیک ۸۶)

**مثال** درجه آزادی مکانیزم نشان داده شده در شکل چند می‌باشد؟



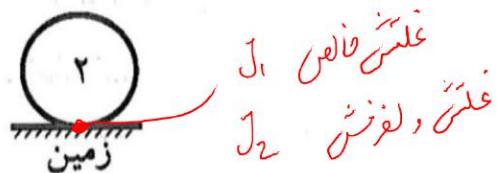
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

**حل**

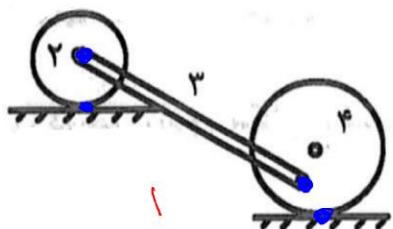
طبق نکته بیان شده فنر و جک تأثیری در درجه آزادی ندارند. با حذف این دو عضو از مکانیزم، یک مجموعه اهرم‌بندی ۵ میله‌ای حاصل می‌شود با ۴ لولای دورانی و یک مفصل لغزشی (که مفاصل یک درجه آزادی‌اند) و یک مفصل غلتشی و لغزشی (که مفصلی دو درجه آزادی است). بنابراین:

$$n = 5, f_1 = 5, f_2 = 1$$

در اتصالات بادامکی یا تماسی که وجود فشار بین نقاط تماس دو عضو ممکن است (حال رایج)، اگر بین دو عضو لغزشی وجود نداشته باشد و حالت غلتش محض داشته باشیم، اتصال تماسی یک درجه آزادی خواهد بود، زیرا تنها اجازه غلتش را بین دو اهرم ایجاد می‌کند. اما اگر امکان لغزش اعضاء روی هم نیز وجود داشته باشد، در این حالت اتصال دو درجه آزادی خواهد بود، زیرا علاوه بر غلتش، یک درجه آزادی ناشی از لغزش نیز به سیستم اضافه می‌گردد. به عنوان مثال در شکل زیر اگر عضو ۲ روی زمین بدون لغزش حرکت کند (غلتش خالص)، اتصال یک درجه آزادی و اگر علاوه بر غلتش، امکان لغزش عضو ۲ روی زمین نیز وجود داشته باشد، اتصال دو درجه آزادی خواهد بود.



**مثال** در سیستم زیر اگر چرخ‌ها در دو مسیر افقی بدون لغزش حرکت کنند این سیستم:  
(مهندس مکانیک ۷۱)



- ۱) یک مکانیزم یک درجه آزادی است.
- ۲) یک زنجیره دو درجه آزادی است.
- ۳) یک سازه است.
- ۴) یک سیستم زنجیره‌ای بدون قید است.

**(حل)**

طبق صورت مسئله تمام قیدها از نوع یک درجه آزادی می‌باشند، زیرا دو مفصل لولایی داریم و دو نقطه تماس با زمین که تشکیل دو مفصل غلتشی را می‌دهند (فاقد لغزش). از طرفی با احتساب زمین، سیستم دارای چهار عضو است و داریم:

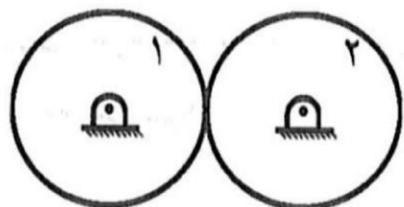
$$n = 4, f_1 = 4, f_2 = 0$$

از رابطه گروبلر داریم:

$$DOF = 3(n - 1) - 2f_1 - f_2 = 3(4 - 1) - 2 \times 4 = 1$$

گزینه (۱) صحیح است.

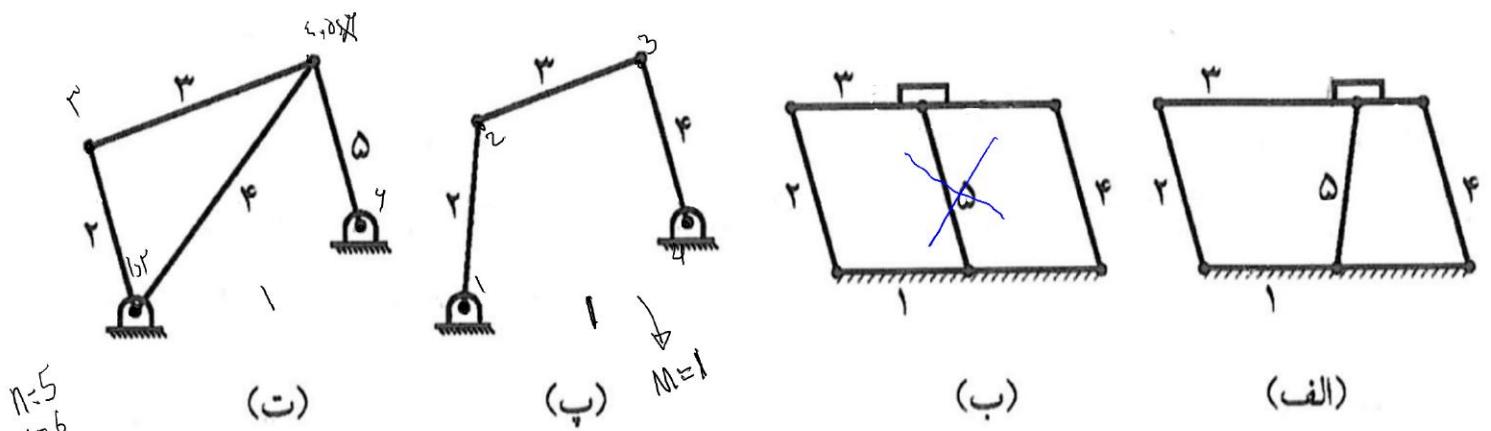
اگر مانند شکل زیر امکان وجود فشار بین دو عضو تماسی وجود نداشته باشد، یعنی دو دیسک ۱ و ۲ به علت اینکه در مرکز به زمین لولا شده‌اند، امکان حرکت افقی و فشار آوردن به یکدیگر را نداشته باشند، در این حالت در صورت وجود تماس غلتشی یک اتصال دو درجه آزادی خواهیم داشت که تنها امکان لغزش را می‌گیرد (درجه آزادی محدود شده)، اما اگر تماس لغزشی باشد، اتصال هیچ گونه محدودیتی ایجاد نمی‌کند و در واقع مقید کردن یکی از دیسک‌ها نمی‌تواند جلوی حرکت دیسک دیگر را بگیرد، یعنی این نوع اتصال هیچ قیدی محسوب نمی‌شود.



☞ **نکته:** اگر قابلیت حرکت (درجه آزادی) صفر یا منفی باشد، یک سازه یا مجموعه سازه‌ای داریم.

☞ **نکته:** اگر قابلیت حرکت صفر باشد، سازه از نظر استاتیکی معین است و اگر قابلیت حرکت منفی باشد، سازه از نظر استاتیکی نامعین است.

**مثال**) کدام یک از پاسخ‌های زیر برای چهار نوع اهرم‌بندی مطابق شکل صحیح است؟



$$M = 3(5 - 1) - 2 \times b = 0$$

الف - سازه  
ب - سازه  
پ - مکانیزم  
ت - مکانیزم

الف - سازه  
ب - مکانیزم  
پ - مکانیزم  
ت - سازه

الف - مکانیزم  
ب - سازه  
پ - سازه  
ت - مکانیزم

الف - مکانیزم  
ب - مکانیزم  
پ - سازه  
ت - سازه

**حل**

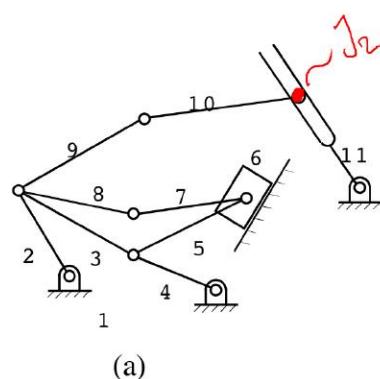
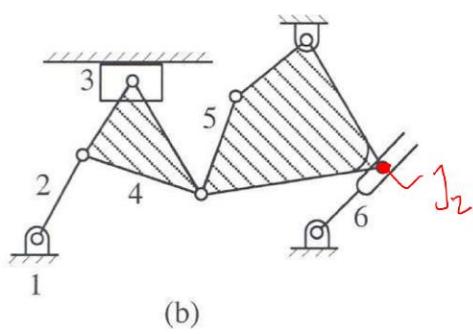
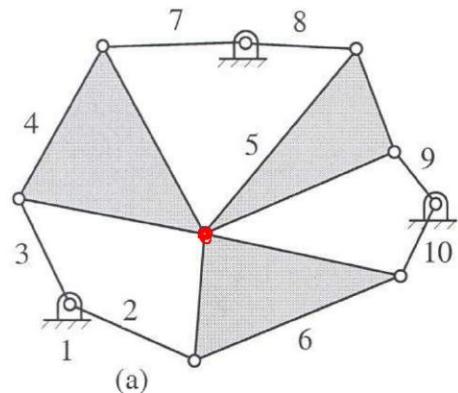
اهرم‌بندی (ب) جزء موارد استثناء می‌باشد که رابطه گروبلر برای آن صادق نیست و همانطور که بیان گردید این اهرم‌بندی یک درجه آزادی دارد و بنابراین مکانیزم است. برای سایر اهرم‌بندی‌ها داریم:

$$(الف) n = 5, f_1 = 6, f_2 = 0 \Rightarrow DOF = 0$$

$$(پ) n = 4, f_1 = 4, f_2 = 0 \Rightarrow DOF = 1$$

$$(ت) n = 5, f_1 = 6, f_2 = 0 \Rightarrow DOF = 0$$

# مثال



$$n = 10$$

$$j = 14$$

$$\sum_{i=1}^j f_i = 14 \times 1 = 14$$

$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(10 - 14 - 1) + 14 = -15 + 14 = -1$$

Mobility = -1

$$n = 6$$

$$j = 8$$

$$\sum_{i=1}^j f_i = 8 + 1 = 9$$

$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(6 - 8 - 1) + 9 = -9 + 9 = 0$$

Mobility = 0

$$n = 11$$

$$j = 14$$

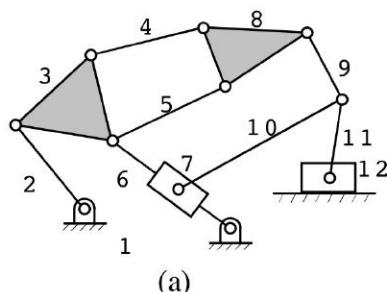
$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(11 - 14 - 1) + 15 = -12 + 15 = 3$$

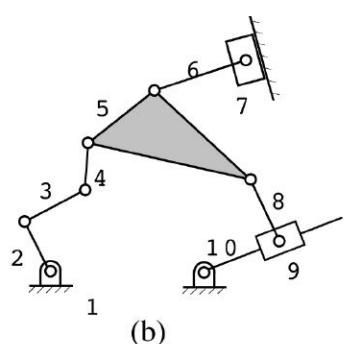
Mobility = 3

Idle DOF = 0

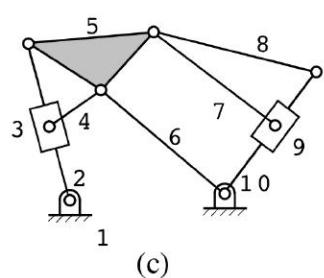
# مثال



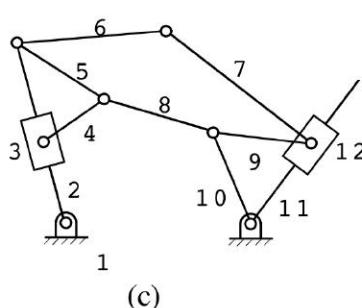
$$\begin{aligned}
 n &= 12 \\
 j &= 15 \\
 M &= 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 &= 3(12 - 15 - 1) + 15 = -12 + 15 = 3 \\
 \text{Mobility} &= 3 \\
 \text{Idle DOF} &= 0
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 n &= 10 \\
 j &= 11 \\
 M &= 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 &= 3(10 - 11 - 1) + 11 = -6 + 11 = 5 \\
 \text{Mobility} &= 5 \\
 \text{Idle DOF} &= 0
 \end{aligned}$$

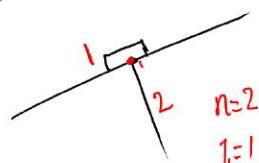
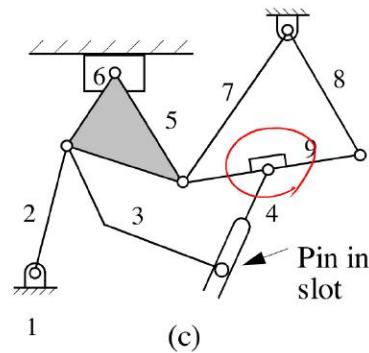
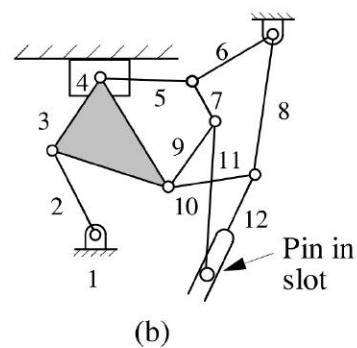
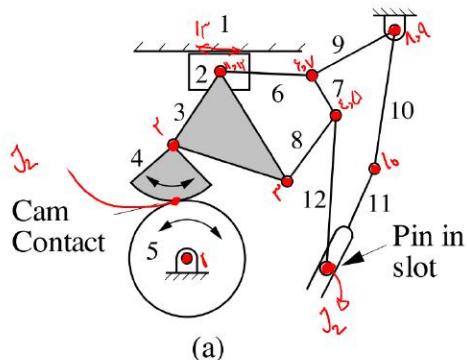


$$\begin{aligned}
 n &= 10 \\
 j &= 13 \\
 M &= 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 &= 3(10 - 13 - 1) + 13 = -12 + 13 = 1 \\
 \text{Mobility} &= 1 \\
 \text{Idle DOF} &= 0
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 n &= 12 \\
 j &= 15 \\
 M &= 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \\
 &= 3(12 - 15 - 1) + 15 = -12 + 15 = 3 \\
 \text{Mobility} &= 3 \\
 \text{Idle DOF} &= 0
 \end{aligned}$$

# مثال



$$J_1 = 13 \quad J_2 = 2$$

$$M = 3(n - j - 1) - 2\sqrt{3} - 2 = 5$$

$$n = 12$$

$$j = 15$$

$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(12 - 15 - 1) + 17 = -12 + 17 = 5$$

$$\text{Mobility} = 5$$

$$\text{Idle DOF} = 2$$

نمایه در انتقال باشد و هر دو در اینجا نمایه نباشند

$$n = 12$$

$$j = 16$$

$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(12 - 16 - 1) + 17 = -15 + 17 = 2$$

$$\text{Mobility} = 2$$

$$\text{Idle DOF} = 0$$

$$n = 9$$

$$j = 12$$

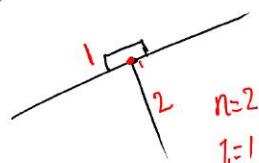
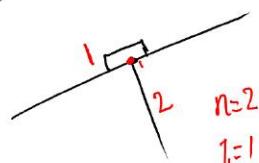
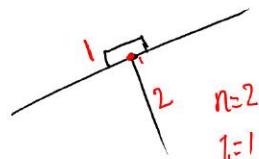
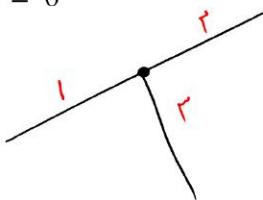
$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i$$

$$= 3(9 - 12 - 1) + 13 = -12 + 13 = 1$$

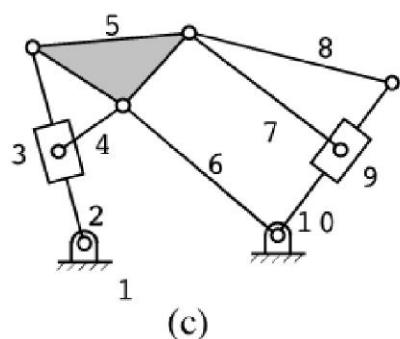
$$\text{Mobility} = 1$$

$$\text{Idle DOF} = 0$$

$$n=3 \\ J=3-1=2$$



## مثال



$$n = 10$$

$$j = 13$$

$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i \\ = 3(10 - 13 - 1) + 13 = -12 + 13 = 1$$

Mobility = 1

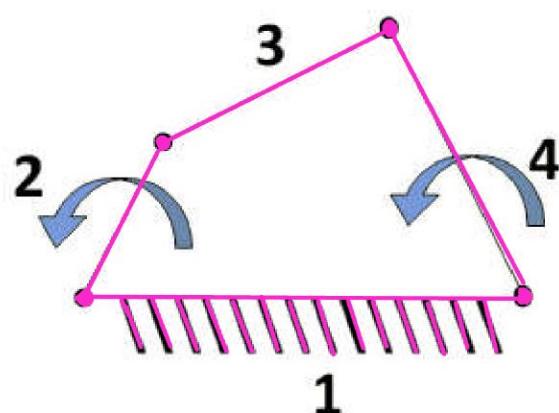
Idle DOF = 0

## مکانیزم چهار میله ای

از ۴ رابط صلب و ۴ اتصال مفصلی درست شده است.

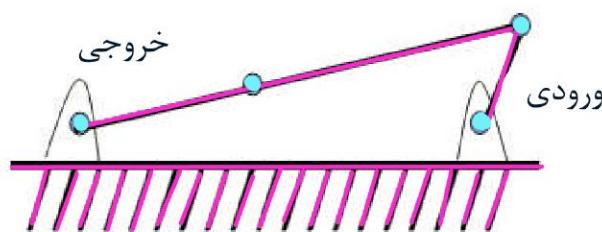
مکانیزم ۴ میله ای ساده ترین مکانیزم است.

نوع حرکت رابط ها (دوران کامل) بستگی به طول نسبی رابط ها دارد.



### حال قفل شدن (toggle)

اگر خروجی و رابط قبلی آن در یک راستا باشد مطابق شکل ممکن است حالت قفل شدن بوجود آید (کاربرد: انبر قفلی)



### معیار گراش

▶ لنج (Crank): لینکی که می تواند دوران کامل (۳۶۰ درجه) داشته باشد.

▶ آونگ (Rocker): لینکی که نمی تواند دوران کامل (۳۶۰ درجه) داشته باشد.

✓ برای یک مکانیزم ۴ میله ای صفحه ای برای اینکه یکی از رابط ها (ممولاً رابط کوچکتر) بتواند نسبت به یکی از ۳ رابط دیگر دوران کامل انجام دهد لازم و کافی است که :

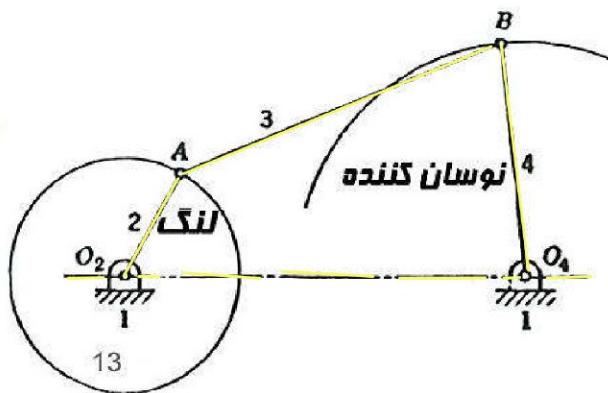
$$s + 1 \leq p + q$$

طول کوتاهترین رابط      طول بلندترین رابط      طول دو رابط دیگر

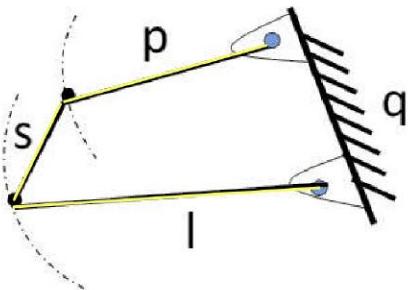
• ۵ گرونه های مکانیزم ۴ میله ای گراشی

کوتاه ترین لینک مجاور لینک ثابت (زمین) باشد: مکانیزم لنگ - نوسان کننده (آونگ) ✓

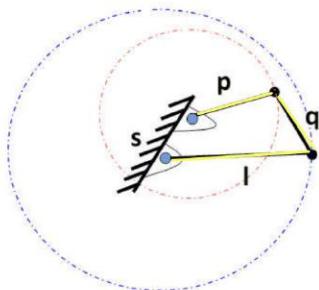
crank-rocker mechanism ✓

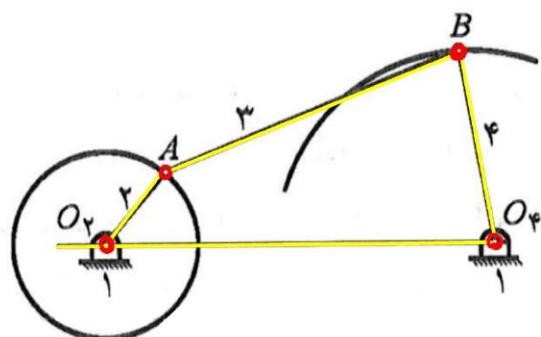


کوتاه ترین لینک روبروی لینک ثابت باشد: مکانیزم آونگ-آونگ ✓

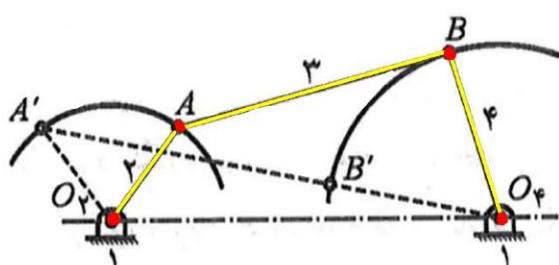


کوتاه ترین لینک همان لینک ثابت (زمین) باشد: مکانیزم لنگ-لنگ ✓





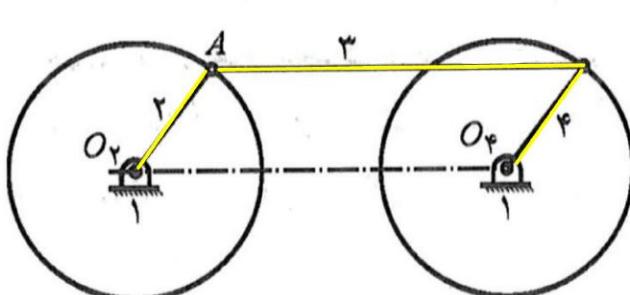
**نکته:** وقتی اهرم ۲ دوران کامل باشد، خطر قفل شدن اهرم‌بندی وجود ندارد، در غیر این صورت باید در انتخاب نسبت طول‌ها دقیق تر مکانیزم در نقاط مرگ قرار نگرفته و در موقعیت‌های انتهایی حرکت دچار توقف نشود.



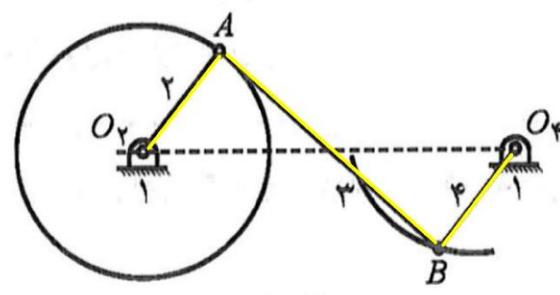
نقاط مرگ زمانی ایجاد می‌شوند که خط اثر نیروی محرک در امتداد اهرم ۴ واقع شود. این موقعیت توسط خط‌چین در شکل روبرو نشان داده شده است.

**نکته:** اگر مکانیزم چهار میله‌ای به نحوی طرح گردد که اهرم ۲ دوران کامل بوده ولی اهرم ۴ محرک باشد نقاط مرگ ایجاد خواهند شد و برای عبور دادن مکانیزم از نقاط مزبور باید آن را به چرخ طیار مجهز کرد.

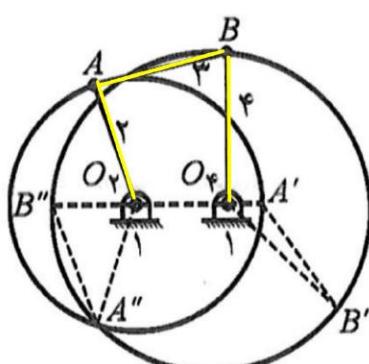
یک اهرم‌بندی چهار میله‌ای ممکن است مطابق شکل زیر حالات مختلفی را اختیار کند.



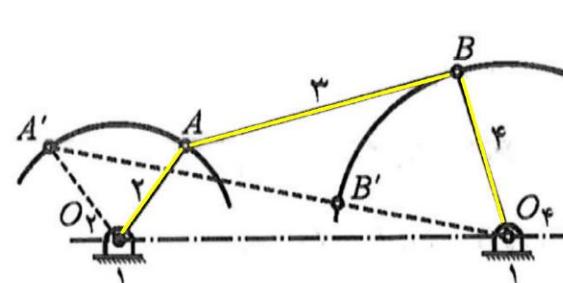
(ب)



(الف)



(پ)



(ت)

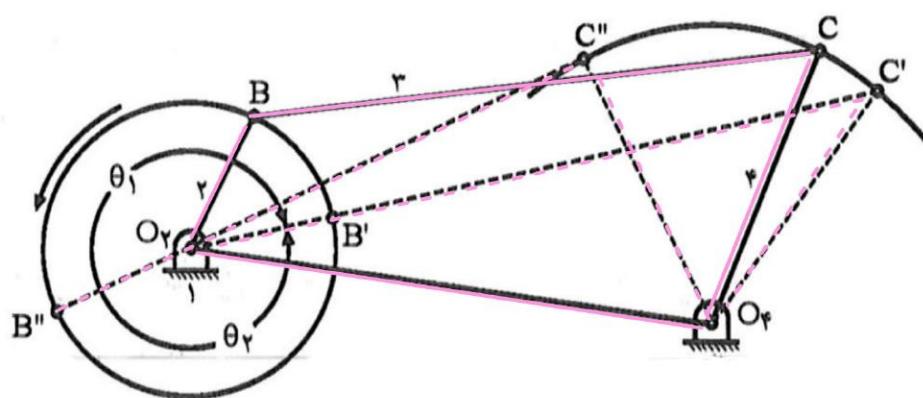
برای حرکت یک مکانیزم میله‌ای لنگ - آونگ به شکل زیر باید این روابط صادق باشند:

$$O_Y B + BC + O_F C > O_Y O_F$$

$$O_Y B + O_Y O_F + O_F C > BC$$

$$O_Y B + BC - O_F C < O_Y O_F$$

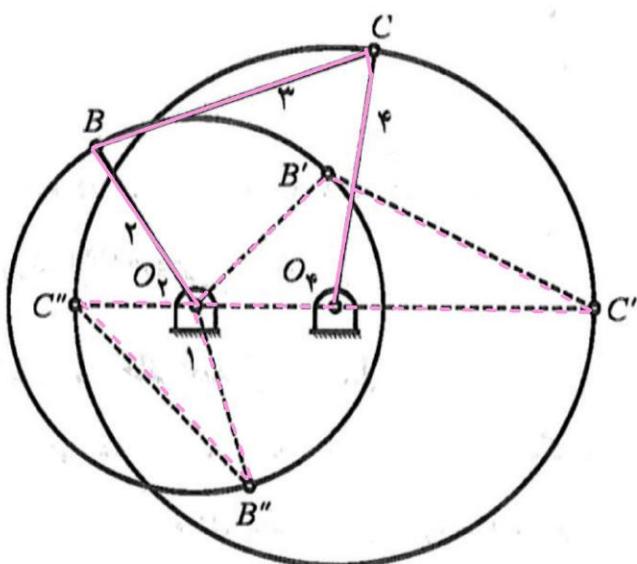
$$BC - O_Y B + O_F C > O_Y O_F$$



برای یک مکانیزم با لنگ‌های دورانی دوبل یا لنگ - لنگ مطابق شکل زیر نسبت طول میله‌ها به شرح زیر می‌باشد:

$$BC > O_Y O_F + O_F C - O_Y B$$

$$BC < O_F C - O_Y O_F + O_Y B \quad (3-1)$$



این روابط را می‌توان با توجه به مثلث‌های  $O_Y B'' C''$  و  $O_Y B' C'$  اثبات کرد.

## برگردان (Inversion)

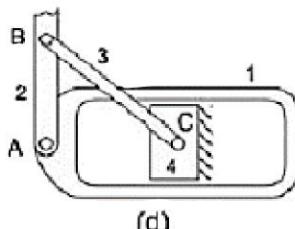
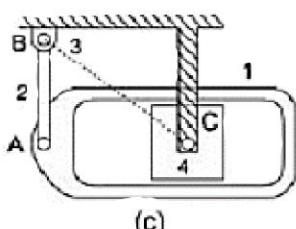
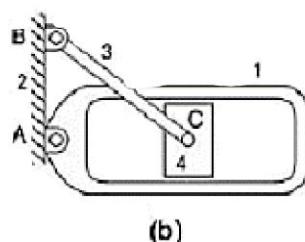
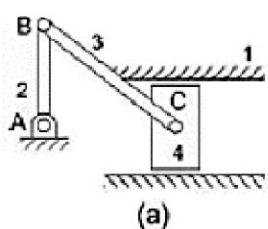
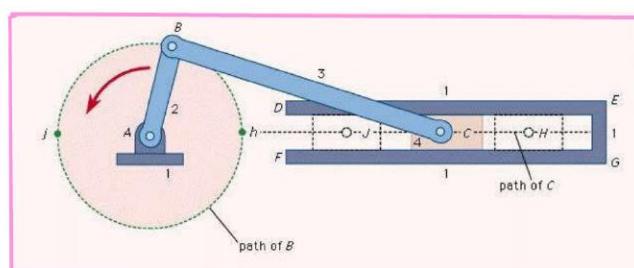
**تعريف:** مکانیزم های مختلفی که از یک زنجیره سینماتیک بدست می آیند (هر بار یکی از رابط ها ثابت است)

- بنابراین به تعداد رابط ها برای هر زنجیره سینماتیک دگرگونه خواهیم داشت.

- نوع اتصال بین دو رابط در تمام دگرگونه ها یکسان است و تغییر نمی کند.

**مکانیزم لنگ-لغزنه:** همان مکانیزم ۴ میله ای است که یکی از اتصالاتش لغزشی می باشد.

- مهمترین کاربرد های این مکانیزم در موتور های احتراق داخلی و کمپرسور های پیستونی می باشد.



**دگرگونه های مکانیزم لنگ-لغزنه:**

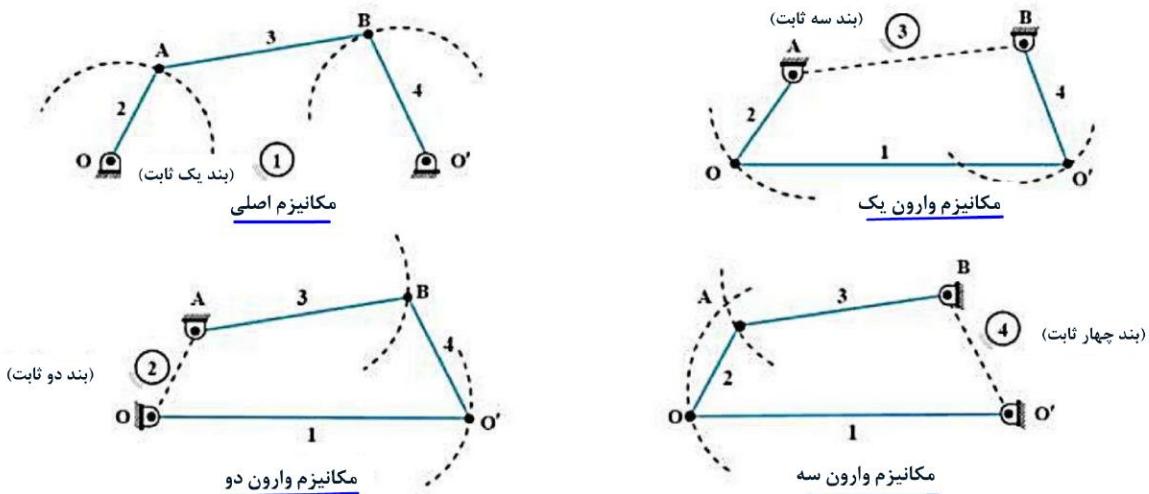
۱- رابط ۱ ثابت باشد. (مکانیزم اصلی لنگ-لغزنه)

۲- میله رابط ثابت باشد. (مکانیزم میله نوسان کننده)

۳- میله ۲ ثابت باشد. (مکانیزم موتور های گردان)

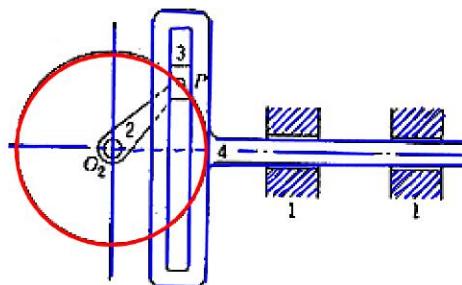
۴- عضو ۴ (لغزنه) ثابت باشد. (مکانیزم نوعی پمپ دستی)

## برگردان های یک مکانیزم چهار میله ای:



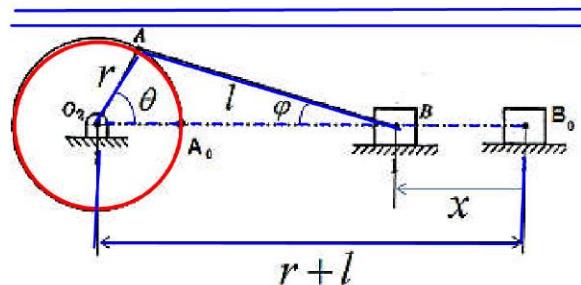
## مکانیزم یوغ اسکاچ (Yoke Scotch)

- تعریف: مکانیزمی است که از ۴ رابط صلب درست شده است و دو اتصال لغزشی در آن وجود دارد.
- در این مکانیزم (یوغ اسکاچ) حرکت دورانی به حرکت رفت و برگشتی تبدیل می شود.



- در یوغ اسکاچ حرکت لینک ۴ به ازای حرکت لنگ با سرعت ثابت کاملاً هارمونیک است.
- در مکانیزم لنگ-لغزنده حرکت لینک ۴ هارمونیک نیست بلکه مجموعه‌ای از  $\cos \theta$  و  $\cos 2\theta$  می باشد.

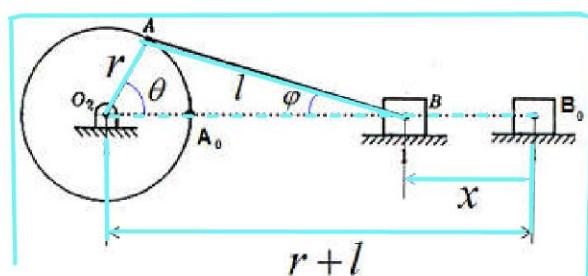
## ۱۱. سرعت و شتاب در مکانیزم های لنگ - لغزنده



فرض: زاویه گردش لنگ نسبت به موقعیت پیستون در نقطه مرگ بالا معلوم باشد (ورودی سیستم)

هدف: یافتن رابطه ای برای جابجایی پیستون (X) ➤

$$x = (r + l) - r \cos \theta - l \cos \varphi = r(1 - \cos \theta) + l(1 - \cos \varphi)$$



$$\frac{\sin \theta}{l} = \frac{\sin \varphi}{r} \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \theta}$$

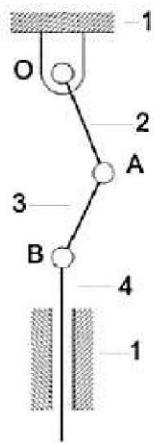
$$\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \sin^2 \theta} \cong 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2 \theta$$

$$x = r(1 - \cos \theta) + \frac{r^2}{2l} \sin^2 \theta$$

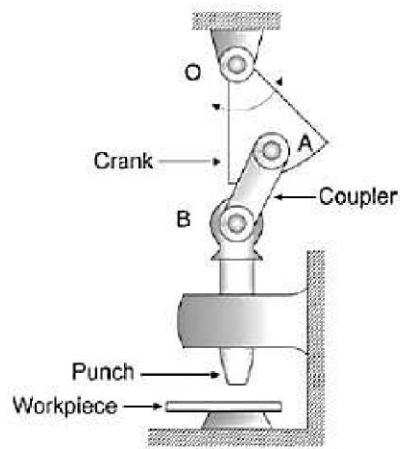
$$V = \frac{dx}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} \left[ \sin \theta + \frac{r}{2l} \sin^2 \theta \right]$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = r \omega^2 \left[ \cos \theta + \frac{r}{l} \cos^2 \theta \right]$$

## mekanizm لنگ - لغزنده

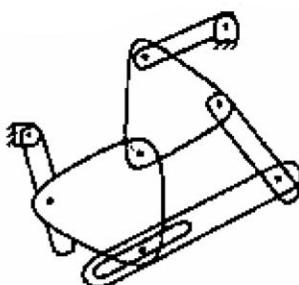


A skeleton representing the punch mechanism.



Punch mechanism.

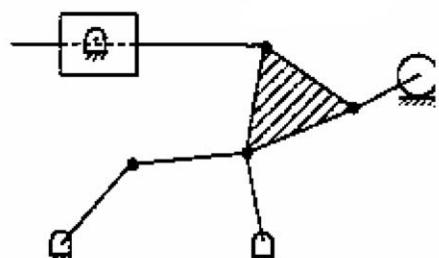
## مثال



مقدار درجه آزادی مکانیزم زیر چقدر است؟

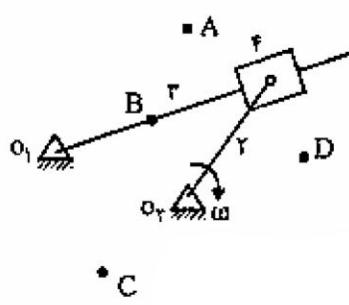
- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۵

دیسک نشان داده شده در مکانیزم مقابل حرکت غلتشی و لغزشی می‌باشد برای معین کردن تمامی مراکز آنی مکانیزم، به چند ورودی نیاز داریم؟



- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

سرعت کدام یک از نقاط زیر متحمل به عضو ۴ می‌تواند صفر باشد؟



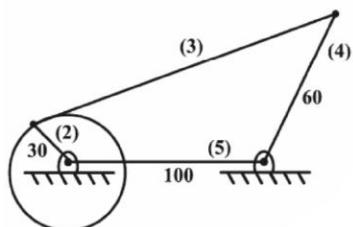
- C) ۱
- A) ۲
- B) ۳
- D) ۴



درجه آزادی مکانیزم زیر چقدر است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) صفر

در مکانیزم شکل روبرو مقدار تفاضل حد اکثر و حداقل طول میله ۳ کدام است؟ در حالتی که عضو ۲ بتواند دوران گند و عضو ۴ فقط بوسان گند. (مقادیر به mm می‌باشد)



$$30 + 100 \leq 60 + x \rightarrow x > 70$$

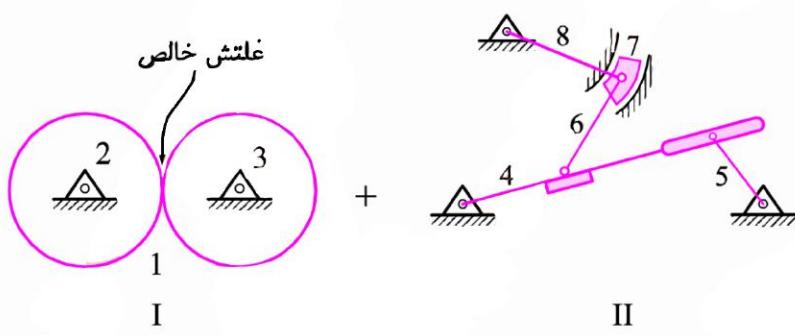
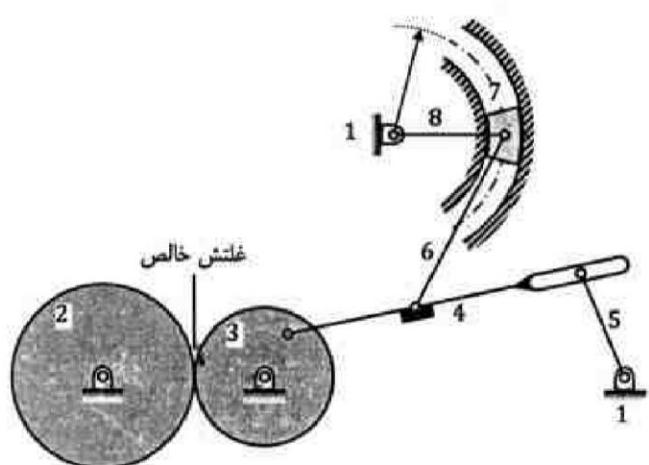
$$30 + x - 60 < 100 \rightarrow x < 130 \rightarrow 130 - 70 = 60$$

- ۶۰ (۱)
- ۷۰ (۲)
- ۱۳۰ (۳)
- ۹۰ (۴)

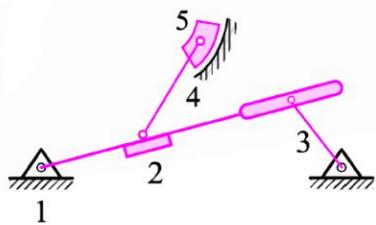
## مثال

درجه آزادی مکانیزم زیر چند است؟ (لولای اتصال عضو 8 با زمین، مرکز انحنای مسیر لغزنده 7 است).

- (۱) صفر
- (۲) ۱ (۳)
- (۳) ۲ (۴)
- (۴) ۳



در مکانیزم II میله 8 قابل حذف شدن است زیرا قیدی به سیستم اعمال نمی‌کند و تنها باعث می‌گردد که محاسبه با روش گروبلر جواب اشتباه دهد با حذف میله 8، مکانیزم II به صورت زیر درخواهد آمد.



و داریم:

$$Dof = 3(n - 1) - 2f_1 - f_2$$

$$n = 5$$

$$f_1 = 5 \rightarrow 1-2, 2-4, 4-5, 1-5, 1-3$$

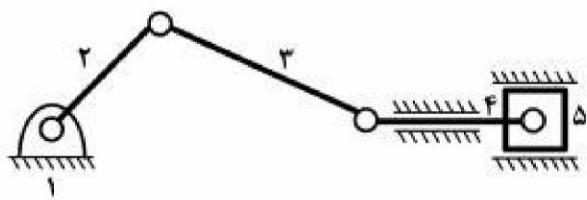
$$f_2 = 1 \rightarrow 2-3 \Rightarrow Dof = 3(5-1) - 2(5) - 1 = 1$$

مکانیزم I نیز یک مکانیزم 1 درجه آزادی است (در غلتش خالص یک درجه آزادی و در لغزش دو درجه آزادی داریم) توجه کنید که درجه آزادی مکانیزم I را نباید با معیار گروبلر محاسبه کنیم زیرا به جواب اشتباه  $Dof = 3(3-1) - 2(3) = 0$  می‌رسیم.

مکانیزم اصلی مجموع مکانیزم I و II است به این صورت که نقطه تماس لینک 4 با زمین در مکانیزم II به لینک 3 در مکانیزم I متصل می‌شود بنابراین درجه آزادی کل برابر با مجموع درجات آزادی I و II است.

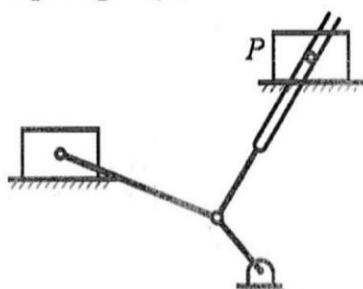
## مثال

مکانیزم رویه‌رو، چند درجه آزادی دارد؟



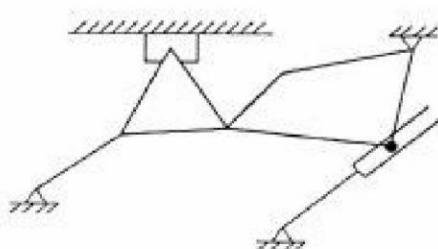
- ۱) دو
- ۲) یک و نیم
- ۳) یک
- ۴) صفر

در مکانیزم شکل مقابل، اگر بخواهیم مکانیزم از وضعیت موجود به وضعیت جدیدی که در آن بلوك خروجی  $P$  به اندازه پک واحد به سمت راست جابجا شده باشد، به چند ورودی نیاز است؟  
(مهندسى مکانیک ۹۰)



- ۱) دو
- ۲) یک
- ۳) سه
- ۴) چهار

با به کارگیری رابطه کوتزباخ (Kutzbach)  $DOF = 3(n - 1) - 2(j_1) - j_2$ ، که در آن  $n$  و  $j_1$  و  $j_2$  به ترتیب تعداد عضوها، تعداد مفاصل ساده و مركب می‌باشند، کدام رابطه برای مکانیزم زیر درست است؟



$$DOF = 3(10 - 1) - 2(11) - (1) = 4 \quad (1)$$

$$DOF = 3(9 - 1) - 2(10) - (1) = 2 \quad (2)$$

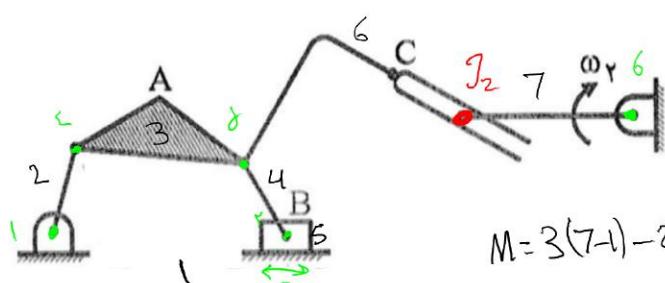
$$DOF = 3(10 - 1) - 2(12) - (1) = 2 \quad (3)$$

$$DOF = 3(9 - 1) - 2(11) - (1) = 1 \quad (4)$$

## مثال

(مهندسي مکانیک ۸۵)

در مکانیزم نشان داده شده در شکل مقابل.....



$$n=7$$

$$J_1=6$$

$$J_2=1$$

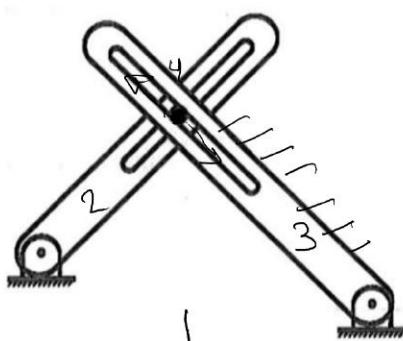
$$M=3(7-1)-2\times 6-1=5$$

- ۱) تنها اگر  $V_A$  معلوم باشد می‌توان سرعت  $C$  را به دست آورد.
- ۲) اگر  $V_A$  و  $V_B$  معلوم باشند، می‌توان سرعت  $C$  را به دست آورد.
- ۳) علاوه بر  $V_A$  می‌بایست  $\omega_2$  هم معلوم باشد تا بتوان  $V_C$  را به دست آورد.
- ۴) معلوم بودن  $V_A$  و  $V_B$  برای تعیین  $V_C$  کافی نمی‌باشد.

دو میله شیاردار توسط یک پین با قابلیت لغزش در هر دو میله به هم متصل شده‌اند. کدام

(مهندسي مکانیک ۸۶)

عبارت درباره درجه آزادی اهرم‌بندی صدق می‌کند؟



-1 (۱)

صفر (۲)

+1 (۳)

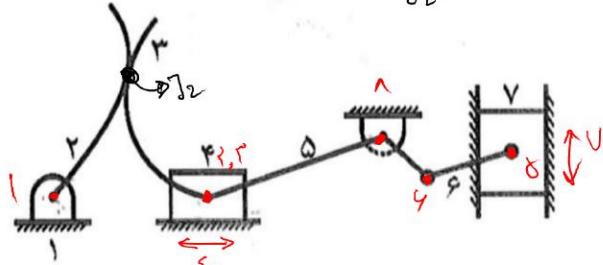
+2 (۴)

برای اینکه مکانیزم شکل داده شده در وضعیت موردنظر قرار گیرد بایستی .....

(مهندسي مکانیک ۸۷)

$$n=7 \quad J_1=8 \quad \rightarrow M=1$$

(۱) به میله ۲ حرکت معینی بدheim.



(۲) این مکانیزم حرکتی نمی‌تواند داشته باشد.

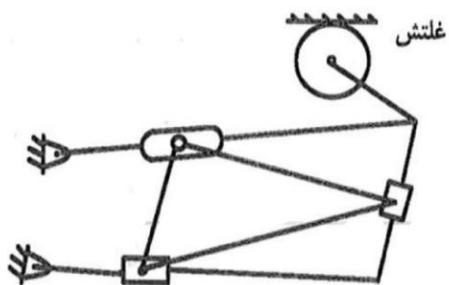
(۳) میله ۲ و لغزنده ۷ حرکت‌های معینی را انجام دهند.

(۴) رابطه‌ای ۲، ۳ و یک میله دیگر حرکت‌های معینی را انجام دهند.

# مثال

این مکانیزم چند درجه آزادی دارد؟

(مهندسان مکالیق ۸۰)



۱)

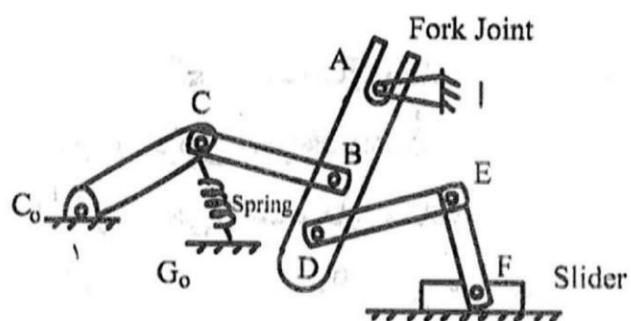
۲)

۳)

۴)

درجه آزادی و یا قابلیت حرکت (mobility) مکانیزم نشان داده شده در شکل چند می باشد؟

(مهندسان مکالیق ۷۸)



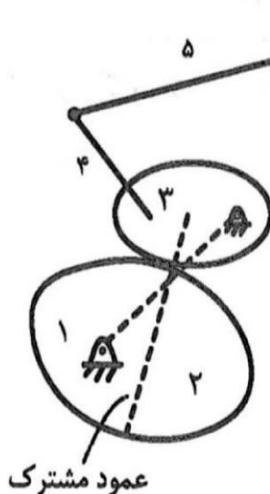
۱) سه

۲) دو

۳) یک

۴) صفر

در مکانیزم زیر اگر  $\omega_2$  معلوم باشد با توجه به مشخص بودن طول و موقعیت اهرم‌ها در این لحظه کدامیک از هبارات داده شده صحیح است؟



۱) می‌توان سرعت بلوك ۶ یا سرعت زاویه‌ای اهرم ۵ را بر حسب  $\omega_2$  مشخص نمود.

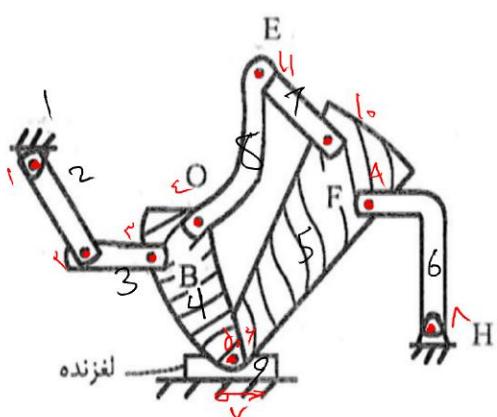
۲) می‌توان کلیه مراکز آنی این مکانیزم را مشخص نمود.

۳) گزینه‌های ۱ و ۲ صحیح است.

۴) نمی‌توان سرعت بلوك ۶ یا سرعت زاویه‌ای اهرم ۵ را بر حسب  $\omega_2$  مشخص نمود.

## مثال

(مهندسه مکالیک ۷۶)



در مکانیزم زیر تعداد درجات آزادی کدام است؟

$$J_2 = 0$$

$$J_1 = 1 \rightarrow M = 2$$

$$n = 9$$

۱ (۱)

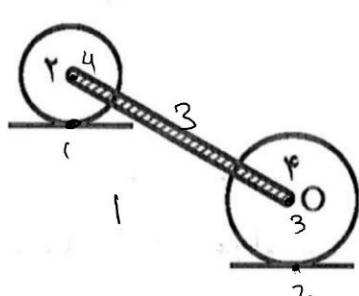
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

در سیستم زیر اگر چرخ‌ها در دو مسیر افقی بدون لغزش حرکت کنند، کدام گزینه درست است؟

(مهندسه مکالیک آزاد ۸۸)



$$\begin{aligned} n &= 4 \\ J_1 &= 4 \rightarrow M = 1 \\ J_2 &= 0 \end{aligned}$$

۱) یک مکانیزم یک درجه آزادی است.

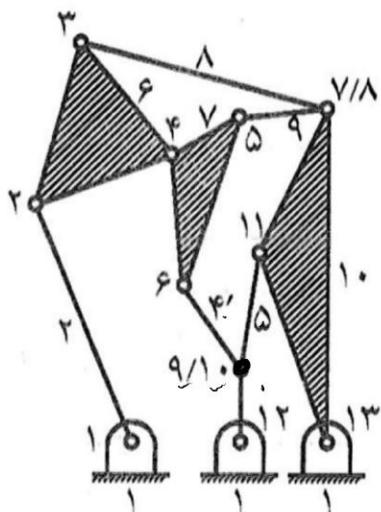
۲) یک زنجیره دو درجه آزادی است.

۳) یک سازه است.

۴) یک سیستم زنجیره‌ای بدون قید است.

(مهندسه مکالیک آزاد ۸۶)

درجه آزادی مکانیزم شکل داده شده چیست؟



$$n = 10$$

$$J_1 = 13 \rightarrow M = 1$$

$$J_2 = 0$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱ (۴)