

### شرایط مرزی در الکتریسیته ساکن

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \rightsquigarrow \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \rightsquigarrow \hat{n} \cdot [\vec{D}_r - \vec{D}_l] = \rho_s$$

$\rho_s = 0$   
 $\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$   
 $\vec{D}_{1n} = \vec{D}_{2n} \rightsquigarrow \epsilon_1 \vec{E}_{1n} = \epsilon_2 \vec{E}_{2n}$   
 $\vec{E}_r = \vec{E}_l + (\frac{\epsilon_r}{\epsilon_l} - 1)(\vec{E}_l \cdot \hat{n})\hat{n}$

$\rho_s = 0$   
 $\nabla \cdot \vec{P} = -\rho_b$   
 $\hat{n} \cdot [\vec{P}_r - \vec{P}_l] = \rho_{sb}$

$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$   
 $(\epsilon_r \frac{\partial V_r}{\partial n} - \epsilon_l \frac{\partial V_l}{\partial n}) = -\rho_s$

$\vec{P}_r = \epsilon_0(\epsilon_{rr} - 1)\vec{E}_r$   
 $\vec{P}_l = \epsilon_0(\epsilon_{rl} - 1)[\vec{E}_l + (\frac{\epsilon_l}{\epsilon_r} - 1)\vec{E}_{ln}]$

### شرایط مرزی در مغناطیس ساکن

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \rightsquigarrow \vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \rightsquigarrow \hat{n} \times [\vec{H}_r - \vec{H}_l] = \vec{J}_s$$

$J_s = 0$   
 $\vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n} \rightsquigarrow \mu_1 \vec{H}_{1n} = \mu_2 \vec{H}_{2n}$   
 $\vec{H}_{1t} = \vec{H}_{2t}$   
 $\vec{H}_r = \vec{H}_l + (\frac{\mu_r}{\mu_l} - 1)(\vec{H}_l \cdot \hat{n})\hat{n}$

$\nabla \times \vec{M} = \vec{J}_m$   
 $\hat{n} \times [\vec{M}_r - \vec{M}_l] = \vec{J}_{sm}$

$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$   
 $(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial \vec{A}_r}{\partial n} - \frac{1}{\mu_l} \frac{\partial \vec{A}_l}{\partial n}) = -\vec{J}_s$

$J_s = 0$   
 $\vec{M}_r = (\mu_{rr} - 1)\vec{H}_r$   
 $\vec{M}_l = (\mu_{rl} - 1)[\vec{H}_l + (\frac{\mu_l}{\mu_r} - 1)\vec{H}_{ln}]$

$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$   $\xrightarrow[\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0]{\text{الکتریسیته ساکن}}$   $\nabla \cdot \vec{J} = 0 \rightsquigarrow \vec{J}_{1n} = \vec{J}_{2n}$

الکتریسیته ساکن  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$   $\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = 0 \rightsquigarrow \vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t} \\ \nabla \cdot \vec{J} = 0 \rightsquigarrow \vec{J}_{1n} = \vec{J}_{2n} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \vec{J} = \sigma \vec{E} \\ \vec{J} = \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{D} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_{1t} = \vec{J}_{2t} \\ \vec{J}_{1n} = \vec{J}_{2n} \end{array} \right.$

$\rho_s = \hat{n} \cdot [\vec{D}_r - \vec{D}_l] = \hat{n} \cdot [\frac{\epsilon_r}{\sigma_r} \vec{J}_r - \frac{\epsilon_l}{\sigma_l} \vec{J}_l]$   
 $\rho_s = (\frac{\epsilon_r}{\sigma_r} - \frac{\epsilon_l}{\sigma_l}) |\vec{J}_{ln}|$

$\varphi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \rightsquigarrow \Phi = N\varphi = N \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  **قانون القای فارادای**

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \rightsquigarrow \left\{ \begin{array}{l} e = -\frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \\ e = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \end{array} \right.$

## بررسی سوالات گنگور ساهای گذشته

### پایخ هوشمندانه

$$\vec{E}_r = \frac{V_0}{d} (-\hat{a}_z)$$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}_r$$

$$\vec{J}_s = \hat{n} \times [\vec{H}_r - \vec{H}_l]$$

$$\vec{J}_s = \hat{a}_z \times \left[ \frac{\vec{B}_r}{\mu_0} - \frac{\vec{B}_l}{\mu_0} \right]$$

= ...

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \iint d\vec{S}$$

$$\Phi = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos \theta$$

$$\Phi = 10 (\sin \theta) \cos(\omega t)$$

$$|e| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \omega \sin \omega t$$

$$e_{max} = \omega$$

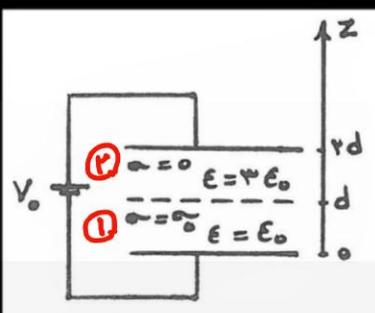
$$I_{max} = \frac{e_{max}}{R} = \frac{\omega}{1} = 1A$$

$$\rho = \nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot \left[ \frac{\epsilon}{\sigma} \vec{J} \right]$$

$$= \nabla \cdot [\epsilon_0 e^{-z} \hat{a}_y]$$

= 0

### سوالات گنگور ساهای گذشته



بین دو صفحه هادی کامل موازی مطابق شکل با دو محیط پر شده است. اگر یک باتری  $V_0$  ولتی به دو صفحه هادی وصل شود بردارهای  $\vec{D}_1$  و  $\vec{D}_2$  در هر دو محیط بصورت زیر می باشند. (۷۷)

۱-  $\vec{D}_r = \epsilon_0 V_0 / d (-\hat{a}_z)$ ,  $\vec{D}_l = \epsilon_0 V_0 / d (-\hat{a}_z)$  ✗      $\vec{D}_r = 0$ ,  $\vec{D}_l = 0$  ✗

۲-  $\vec{D}_r = \epsilon_0 V_0 / 3d (-\hat{a}_z)$ ,  $\vec{D}_l = 0$  ✓      $\vec{D}_r = 0$ ,  $\vec{D}_l = \frac{3\epsilon_0 V_0}{d} (-\hat{a}_z)$  ✗

ناحیه I ( $z < 0$ ) از ماده‌ای با ضریب نسبی مغناطیسی  $\mu_{r1} = 1/5$  و ناحیه II ( $z > 0$ ) از ماده‌ای با ضریب نسبی مغناطیسی  $\mu_{r2} = 5$  تشکیل شده است. اگر در نزدیکی مبدا مختصات داشته باشیم (۷۷)

(I)  $\vec{B}_1 = 2.4 \hat{a}_x + 1.0 \hat{a}_z$

(II)  $\vec{B}_2 = 25.75 \hat{a}_x - 17.7 \hat{a}_y + 1.0 \hat{a}_z$

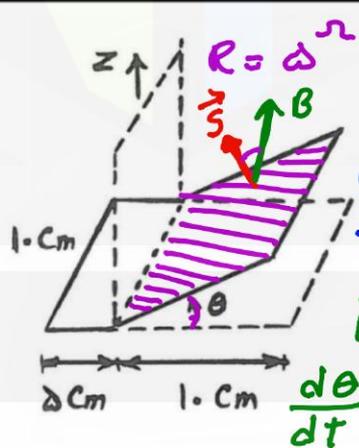
چگالی جریان سطحی موجود در سطح مشترک دو ماده ( $z = 0$ ) در نقطه مبدا عبارت است از

۱- صفر ✗

۲-  $\frac{5}{\mu_0} \left( \frac{\hat{a}_x + \hat{a}_y}{\sqrt{2}} \right)$  ✓

۳-  $5\mu_0 (\hat{a}_x - \hat{a}_y)$  ✗

۴-  $25\mu_0 (\hat{a}_y + \hat{a}_z)$  ✗



از سیمی که دارای مقاومت  $10 \Omega/m$  می باشد مستطیلی با ابعاد  $10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$  ساخته ایم حال به فاصله  $5$  سانتیمتر از چپ مدار، سمت راست را با فرکانس  $50$   $\frac{2\pi}{\text{ثانیه}}$  بالا برده (تا  $\omega = 2\pi f$ ) برمیگردانیم.  $\theta = 90^\circ$  ماکزیمم جریان القاء شده  $= 10.0 \pi$  در این مدار چقدر می شود اگر شدت میدان مغناطیسی  $\vec{B} = 10 \hat{a}_z$  آمپر بر متر باشد. (۷۹)

$\theta = \omega t$

۱-  $2\pi$  آمپر ✓

۲-  $2\pi$  آمپر ✗

۳-  $2\pi$  آمپر ✗

۴- هیچکدام ✗

ناحیه  $Z > 0$  دارای ضریب هدایت  $\sigma = 1+y$  و ضریب عایقی  $\epsilon = \epsilon(1+y)$  می باشد. اگر جریان مستقیم در این محیط به چگالی  $\vec{J} = e^{-z} \hat{a}_y$  باشد حساب کنید چگالی بارالکتریکی ساکن در این محیط را: (۷۹)

$\rho = \nabla \cdot \vec{D}$

۱-  $\rho = \sigma \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \vec{D}$

۲-  $2\epsilon_0 (1+y) e^{-z} - 1$

۳-  $-\epsilon_0 e^{-z}$  ✓

۴- صفر ✗

## بررسی سوالات گنگور ساهی گذشته

### پایخ هوشمندانه

$$\rho_s = \hat{n} \cdot [\vec{D}_2 - \vec{D}_1] = -\hat{a}_z \cdot [\vec{D}_2 - \vec{D}_1]$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{E}_{1T} = \vec{E}_{2T}$$

$$\vec{E}_{1T} = 10^4 \hat{a}_x - 2 \times 10^4 \hat{a}_y$$

$$10^4 = -\hat{a}_z \cdot [D_{2z} \hat{a}_z - 5 \epsilon_0 \times 10^4 \hat{a}_z]$$

$$10^4 = -D_{2z} + 5 \epsilon_0 \times 10^4 \rightarrow \vec{E}_{2T} = \vec{E}_{1T}$$

$$= \frac{D_{2z}}{2 \epsilon_0}$$

### سوالات گنگور ساهی گذشته

ناحیه  $z < 0$  از ماده عایقی با ضریب نفوذپذیری الکتریکی  $\epsilon_2 = 2\epsilon_0$  تشکیل شده است و در بالای آن هوا موجود است. چگالی بار سطحی در فصل مشترک دو ناحیه  $\rho_s = 10^{-4} \text{ C/m}^2$  است. شدت میدان الکتریکی در ناحیه اول برابر است با  $\vec{E}_1 = 10^4 \hat{a}_x - 2 \times 10^4 \hat{a}_y + 5 \times 10^4 \hat{a}_z$  شدت میدان الکتریکی در ناحیه دوم چقدر است؟ (۷۰)

$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \vec{E}_1$

۱۰<sup>۴</sup>  $\hat{a}_x - 2 \times 10^4 \hat{a}_y + 2 \times 10^4 \hat{a}_z - 2 \times 10^4 \hat{a}_z + 2 \times 10^4 \hat{a}_z - 4 \times 10^4 \hat{a}_y + 5 \times 10^4 \hat{a}_z - 10^4 \hat{a}_x - 2 \times 10^4 \hat{a}_y + 3 \times 10^4 \hat{a}_z - 3$  هیچکدام

if  $\frac{\epsilon_1}{d_1} = \frac{\epsilon_2}{d_2} \rightarrow \rho_s = 0$

$$\rho_s = (\frac{\epsilon_2}{d_2} - \frac{\epsilon_1}{d_1}) |J_n|$$

$$J = \frac{V}{\frac{d_1}{\sigma_1 A} + \frac{d_2}{\sigma_2 A}} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 A V}{\sigma_2 d_1 + \sigma_1 d_2}$$

$$J = \frac{I}{A} = \frac{\sigma_1 \sigma_2 V}{\sigma_2 d_1 + \sigma_1 d_2}$$

دی الکتریکیهای بین دو صفحه موازی یک خازن از دو تیغه دی الکتریک به ترتیب با ضخامت  $d_1$  و  $d_2$  و پرمیوتیته (ضریب دی الکتریک)  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  و ضرائب هدایت کم  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  تشکیل شده است اگر اختلاف پتانسیل بین دو صفحه هادی موازی  $V$  باشد دانسیته بار آزاد در حالت پایدار در سطح تماس دو محیط برابر است با: (۷۰)

$R_p = \frac{d_r}{\sigma_p A}$        $R_s = \frac{d_1}{\sigma_1 A}$

$\rho_s = \frac{\epsilon_2 \sigma_1 - \epsilon_1 \sigma_2}{d_1 \sigma_2 + d_2 \sigma_1} V$        $\rho_s = 0 - 1$

$I = \frac{V}{R_1 + R_2}$        $\rho_s = \frac{V}{d_1} \epsilon_1 - 4$        $\rho_s = \frac{V}{d_2} \epsilon_2 - 3$

$$\Psi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$= \iint (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{s}$$

$$= \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

قضیه استوکس

رابطه فلوی مغناطیسی (Magnetic Flux) و انتگرال بردار پتانسیل مغناطیسی (Magnetic Vector Potential) بصورت زیر است. (۷۰)

$\Psi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{s} - 2$        $\Psi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} - 1$

$\Psi = \oint \nabla \cdot \vec{A} dv - 4$        $\Psi = \oint \frac{\mu_0 A}{4\pi R} dv - 3$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} b \ln \frac{a+r}{r}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} b \ln \left( 1 + \frac{a}{r_0 + vt} \right)$$

$$|e| = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi r(r+a)}$$

یک قاب مستطیلی شکل با ابعاد  $a$  و  $b$  بطوری که در شکل نشان داده شده است با سرعت ثابت  $v_0$  از خط هادی مستقیم که از آن جریان مستقیم  $I$  عبور می کند دور می شود سیم و قاب درخلاء قرار گرفته اند با فرض اینکه در زمان  $t=0$  فاصله ضلع دست چپ از خط هادی  $r = r_0$  باشد نیروی محرکه القایی در حلقه بر حسب زمان برابر است با: (۷۰)

$r = r_0 + vt$

$e = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi r^2} - 2$        $e = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi r a} - 1$

$e = \frac{\mu_0 I a b v}{2\pi r(r+a)} - 2$        $e = \frac{\mu_0 I b v}{2\pi a} - 3$

## بررسی سوالات گنگور ساهی گذشته

### پایخ هوشمندانه

$$P_s = \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1}\right) \left| \vec{J}_n \right| \downarrow \frac{I_0}{S}$$

### سوالات گنگور ساهی گذشته

یک مقاومت استوانه‌ای مطابق شکل مقابل از دو ماده مختلف با ضرایب هدایت و دی‌الکتریک  $\sigma_1$  و  $\epsilon_1$  و  $\sigma_2$  و  $\epsilon_2$  ساخته شده است. طول استوانه بر مراتب شعاع آن بیشتر است. چگالی بار سطحی (بر حسب  $\frac{C}{m^2}$ ) در سطح مشترک دو ماده برابر است با: (۷۱)

۱- صفر

۲- بینهایت در زمان  $t \rightarrow \infty$

۳-  $\frac{I_0}{S} \left( \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right)$  ✓

۴-  $V_0 S (\epsilon_1 \sigma_1 + \epsilon_2 \sigma_2)$

$$\vec{J}_{in} = \vec{J}_n \text{ و } E_{1t} = E_{2t}$$

$$\frac{J_{1t}}{\sigma_1} = \frac{J_{2t}}{\sigma_2}$$

$$\vec{J} = \vec{J}_r + \vec{J}_n = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \vec{J}_{1t} + \vec{J}_{in}$$

$$|\vec{J}_r| = \sqrt{\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2 \sin^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_1}$$

دو محیط هادی با ضرایب هدایت  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  توسط مرز مشترک از هم جدا شده‌اند. چگالی جریان دائم در نقطه  $P_1$  از محیط ۱، برابر  $J_1$  بوده که با عمود بر فصل مشترک زاویه  $\alpha$  می‌سازد. اندازه چگالی جریان را در نقطه  $P_2$  از محیط ۲ راتعیین نمایید. (۷۳)

۱-  $J_1 \left[ \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \cos \alpha_1 \right)^2 + \sin^2 \alpha_1 \right]^{\frac{1}{2}}$

۲-  $J_1 \left[ \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \sin \alpha_1 \right)^2 + \cos^2 \alpha_1 \right]^{\frac{1}{2}}$

۳-  $J_1 \left[ \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \sin \alpha_1 \right)^2 + \cos^2 \alpha_1 \right]^{\frac{1}{2}}$  ✓

۴- هیچکدام

$$d \rightarrow \infty \Rightarrow emf = 0$$

حلقه‌های سیمی و نازک به شکل مربع به ضلع  $a$  مطابق شکل رو برو به فاصله  $d$  ( $d > a$ ) از محور  $Z$  قرار دارد. جریان  $I$  در امتداد محور  $Z$ ها برقرار است. اگر حلقه حول محور  $Z$  با سرعت زاویه‌ای یکنواخت  $\omega$  بچرخد، مقدار  $emf$  را در حلقه بدست آورید. (۷۳)

۱-  $\frac{\mu_0 I d^2 a \omega \sin \omega t}{d^2 - a^2 \cos^2 \omega t}$  ✓

۲-  $\frac{I a^2 d^2 \omega \sin \omega t}{\mu_0 d^2 - a^2 \cos^2 \omega t}$  ✓

۳-  $\frac{\mu_0 I a^2 d \omega \sin \omega t}{2 \pi (d^2 - a^2 \cos^2 \omega t)}$  ✓

۴-  $\frac{\mu_0 I d^2 a \omega \sin \omega t}{d^2 - 4 a^2 \cos^2 \omega t}$  ✓

$T \rightarrow \infty \rightarrow J_r = 0$

در مختصات کروی فضاها  $a < r < b$ ،  $r < a$  به ترتیب از محیط‌هایی با ضرایب رسانش و دی‌الکتریک  $\sigma_1$ ،  $\epsilon_1$  و  $\sigma_2$ ،  $\epsilon_2$  پر شده است. بار سطحی یکنواخت  $\rho_s (C/m^2)$  را در لحظه  $t = 0$  در مرز در محیط قرار داده‌ایم. چگالی جریان در محیط عبارتند از:

(۷۴) به ترتیب زمان آسودگی در هر یک از دو محیط می‌باشد)

۱-  $\vec{J}_1 = 0$  ✓

۲-  $\vec{J}_1 = \frac{\rho_s \tau_1}{r^2} e^{-t/\tau_1} \hat{a}_r$  ✓

۳-  $\vec{J}_1 = 0$  ✓

۴-  $\vec{J}_1 = \frac{\rho_s \tau_2}{r^2} (1 - e^{-t/\tau_2}) \hat{a}_r$  ✓

۱-  $\vec{J}_1 = 0$  ✓

۲-  $\vec{J}_1 = \frac{\rho_s \tau_1}{r^2} e^{-t/\tau_1} \hat{a}_r$  ✓

۳-  $\vec{J}_1 = 0$  ✓

۴-  $\vec{J}_1 = \frac{\rho_s \tau_2}{r^2} (1 - e^{-t/\tau_2}) \hat{a}_r$  ✓

## بررسی سوالات گنگور ساهی گذشته

### پایخ هوشمندانه

$d \rightarrow \infty \rightarrow emf = 0$   
 $\omega \rightarrow \infty \rightarrow emf = 0$

### سوالات گنگور ساهی گذشته

حلقه سیمی نازک به شکل مستطیل به ابعاد  $b, a$  در صفحه  $y=0$  با ضلع  $b$  موازات محور  $z$  قرار دارد. جریان دائم  $I$  روی محور  $z$  مفروض است و حلقه سیمی حول محور ضلع منطبق بر محور  $z'$  با سرعت زاویه‌ای یکنواخت  $\omega$  می‌چرخد.  $emf$  القائی در حلقه را بدست آورید. (۷۴)

$\frac{\mu_0 I'}{4\pi} \frac{a'+d'+\gamma ad \cos \omega t}{a'+d'-\gamma ad \cos \omega t} \quad \times$

$\frac{\mu_0 I b}{\pi} \frac{a'+d'+\gamma ad \cos \omega t}{ad \sin \omega t} \quad \times$

$\frac{\mu_0 I b}{4\pi} \frac{ad \sin \omega t}{a'+d'+\gamma ad \cos \omega t} \quad \times$

$\frac{\mu_0 I b}{4\pi} \frac{a'd' \cos' \omega t}{a'+d'+\gamma ad \cos \omega t} \quad \times$

$\leftarrow J_s = -k_0 \hat{a}_y \quad z=d$   
 $\leftarrow J_s = k_0 \hat{a}_y \quad z=0$

$\mu_{r1} = 3\mu_{r2}$   
 $\mu_{r1} = 5, \mu_{r2} = 2$

$H_1 = H_2 \rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{\mu_1 H_1}{\mu_2 H_2} = \frac{1}{2}$

$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{1}{9} = \frac{B_1 a x}{B_2 (d-a) x} \rightarrow \frac{a}{d-a} = \frac{1}{2}$

دو صفحه جریانی با  $k_0 \hat{a}_y A/m$  در  $Z=0$  و  $-k_0 \hat{a}_y A/m$  در  $Z=d$  توسط دو ماده مغناطیسی  $\mu_{r1}$  در  $0 < Z < a$  و  $\mu_{r2}$  در  $a < Z < d$  از یکدیگر مجزا گردیده‌اند. اگر  $\mu_{r2} = 3\mu_{r1}$  باشد، مطلوبست محاسبه  $\frac{d}{a}$  را طوری که فقط ۱۰٪ از شار مغناطیسی کل در ناحیه  $0 < Z < a$  وجود داشته باشد. (۷۴)

$\sim \frac{d}{a} = 4$	۳	-۲	۲	-۱
	۵	-۳	۴	-۳

$\vec{M}_r = (\mu_{r2} - 1) \vec{H}_r$   
 $= 4 \left[ \vec{H}_1 + \left( \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} - 1 \right) \vec{H}_{in} \right]$   
 $= 4 \left[ -\frac{\hat{a}_x}{2} + \frac{\sigma}{r} \hat{a}_y - \frac{1}{r} \hat{a}_z + \frac{\sigma}{\Delta} \hat{a}_x \right]$   
 $= -\frac{\Delta}{\sigma} \hat{a}_x$

صفحه  $x=0$ ، دو ماده مغناطیسی همگن ایزوتروپیک را از یکدیگر جدا نموده است. در  $x > 0$ ،  $\mu_{r1} = 5$  و در  $x < 0$ ،  $\mu_{r2} = 2$  می‌باشد. اگر در  $x < 0$ ،  $\vec{B} = -2 \hat{a}_x + 3 \hat{a}_y - \hat{a}_z$  باشد، مطلوبست محاسبه  $\vec{M}$  در  $x > 0$ . (۷۵)

$\vec{H}_1 = \frac{\vec{B}_1}{\mu_0}$   
 $= -1/2 \hat{a}_x + 3/2 \hat{a}_y - 1/2 \hat{a}_z \quad (A/m)$

$\vec{H}_2 = \frac{\vec{B}_2}{\mu_0}$   
 $= -1/4 \hat{a}_x + 3/4 \hat{a}_y - 1/4 \hat{a}_z \quad (A/m)$

$\vec{J}_s = nI$   
 $H = nI$   
 $\vec{M} = (\mu_{r2} - 1) \vec{H} = \left( \frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) nI$

یک پیچک استوانه‌ای بلند با سیم‌پیچی نازک و منظم به شعاع  $b$ ، جریان  $I$  و  $n$  دور در واحد طول را که محور آن در راستای محور  $z$  است، در نظر بگیرید. یک میله استوانه‌ای به شعاع  $a$  ( $a < b$ ) و پرمابلیته  $\mu$  به طور هم‌محور داخل سیم‌پیچ قرار می‌گیرد. اندازه بردار چگالی گشتاور دو قطبی مغناطیسی به ترتیب در نواحی  $r < a$  و  $a < r < b$  کدام است؟ (۷۶)

$(\frac{\mu}{\mu_0} - 1) nI$	$(\frac{\mu}{\mu_0} + 1) nI$	$(\frac{\mu}{\mu_0} - 1) nI$	$(\frac{\mu}{\mu_0} - 1) nI$
صفر و صفر	صفر و صفر	صفر و $(\frac{\mu}{\mu_0} - 1) nI$	$(\frac{\mu}{\mu_0} - 1) nI$ و صفر

## بررسی سوالات گنگور ساهای گذشته

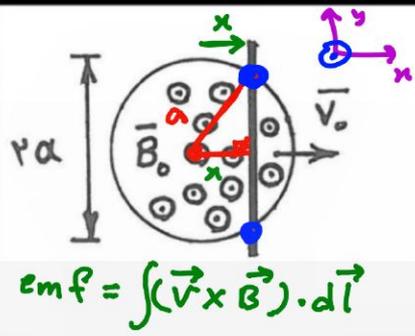
### پایخ هوشمندانه

$$emf = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} v B_0 dy \quad x = v_0 t$$

$$= 2v_0 B_0 \sqrt{a^2 - v_0^2 t^2}$$

### سوالات گنگور ساهای گذشته

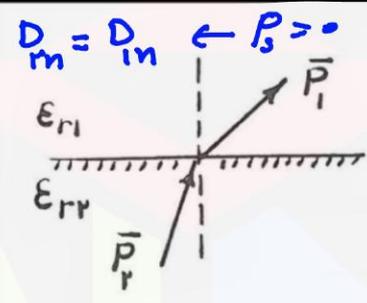


یک میله رسانا با سرعت ثابت  $\vec{v}$  بافاصله ناچیزی از روی قطب یک آهنربا با مقطع دایروی و با شعاع  $a$  که چگالی میدان مغناطیسی یکنواخت آن  $B_0$  است، عبور می‌کند. در صورتی که میله در  $t=0$  در مرکز قطب آهنربا باشد، مقدار ولتاژ القاء شده در آن برابر است با: (۷۶)

- |                                       |    |                                   |      |
|---------------------------------------|----|-----------------------------------|------|
| $v_0 B_0 t \sqrt{v_0^2 - (a^2/t^2)}$  | -۲ | $2v_0 B_0 \sqrt{a^2 - v_0^2 t^2}$ | -۱ ✓ |
| $2v_0 B_0 t \sqrt{v_0^2 - (a^2/t^2)}$ | -۴ | $v_0 B_0 \sqrt{a^2 - v_0^2 t^2}$  | -۳   |

$$\frac{P_{nr}}{P_{ni}} = \frac{(1 - \frac{1}{\epsilon_{rr}}) D_{nr}}{(1 - \frac{1}{\epsilon_{ri}}) D_{ni}}$$

$$= \frac{\epsilon_{ri} (\epsilon_{rr} - 1)}{\epsilon_{rr} (\epsilon_{ri} - 1)}$$



در سطح مشترک بدون بار دو عایق با ضرایب دی‌الکتریک نسبی  $\epsilon_{r1}$  و  $\epsilon_{r2}$  نسبت مؤلفه‌های عمودی بردارهای چگالی دو قطبی الکتریکی یعنی نسبت  $\frac{P_{nr}}{P_{ni}}$  برابر است با: (۷۷)

- |   |    |   |    |
|---|----|---|----|
| $\frac{\epsilon_{r1} - 1}{\epsilon_{r2} - 1}$                               | -۲ | $\frac{\epsilon_{r2} - 1}{\epsilon_{r1} - 1}$                               | -۱ |
| $\frac{\epsilon_{r2}(\epsilon_{r1} - 1)}{\epsilon_{r1}(\epsilon_{r2} - 1)}$ | -۴ | $\frac{\epsilon_{r1}(\epsilon_{r2} - 1)}{\epsilon_{r2}(\epsilon_{r1} - 1)}$ | -۳ |

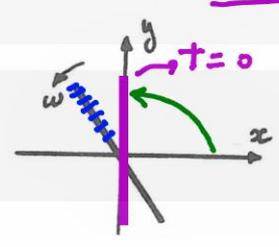
$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint B_0 |y| \hat{a}_x \cdot [dr dz \hat{a}_\varphi]$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_{-a}^a B_0 r \sin\varphi dr dz (-\sin\varphi)$$

$$= -\frac{B_0 a^2}{r} \sin^2 \varphi$$

$$emf = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{B_0 a^2 \omega}{r} \sin(\omega t)$$

حلقه سیم نازکی به شکل مربع به ابعاد  $a$  هم مرکز با مبدأ مختصات در صفحه  $x = 0$  مفروض است بطوریکه اضلاع آن بموازات محورهای  $y$  و  $z$  می‌باشند. چگالی شار مغناطیسی  $\vec{B} = B_0 |y| \hat{a}_x$  در فضا حضور دارد. حلقه با سرعت زاویه‌ای یکنواخت  $\omega$  حول محور  $z$  ها دوران می‌کند.  $emf$  در حلقه را بدست آورید. (۷۷)



- |                                      |    |   |      |
|--------------------------------------|----|---|------|
| $t=0 \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$  |    |   |      |
| $\varphi = \omega t + \frac{\pi}{2}$ |    |   |      |
| $B_0 a^2 \omega \sin^2 \omega t$     | -۳ | $\frac{B_0 a^2 \omega}{2} \sin \omega t$  | -۱   |
| $B_0 a^2 (1 - \omega) \sin \omega t$ | -۴ | $\frac{B_0 a^2 \omega}{4} \sin 2\omega t$ | -۲ ✓ |

$$\vec{J}_s = 0 \rightarrow H_{rt} = H_{rt} \rightarrow \frac{B_{rt}}{\mu_{r1}} = \frac{B_{rt}}{\mu_{r2}}$$

$$B_{rt} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} B_{it} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} [B_i - B_{in}]$$

$$B_{rt} = \frac{1}{c} \hat{a}_x - \frac{1}{c} \hat{a}_y + \dots$$

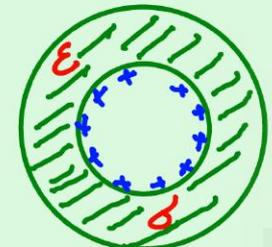
$$|B_{rt}| = \sqrt{(\frac{1}{c})^2 + (\frac{1}{c})^2 + \dots}$$

دو محیط غیررسانا با  $\epsilon_{r1} = 8$  و  $\epsilon_{r2} = 3$  و  $\mu_{r1} = 2$  و  $\mu_{r2} = 3$  دارای مرزی هستند که عمود بر مرز از ناحیه ۱ به ۲ دارای بردار واحد  $\hat{n}_{12} = (-2\hat{a}_x - \hat{a}_y + 2\hat{a}_z)/3$  باشد. اگر در مرز ناحیه ۱،  $\vec{B}_1 = (2\hat{a}_x - 3\hat{a}_y + \hat{a}_z)$ ، مطلوب است محاسبه  $|\vec{B}_{rt}|$  (۷۸)

- |  |                            |                           |  |
|--|----------------------------|---------------------------|--|
| $\vec{B}_{in} = (\vec{B}_1 \cdot \hat{n}) \hat{n} = \frac{2}{9} \hat{a}_x - \frac{1}{9} \hat{a}_y + \frac{2}{9} \hat{a}_z$ |                            |                           |  |
| $\frac{1}{c} \times \frac{1}{9c}$  | $5,59 \text{ wb/m}^2$ (۲)  | $3,73 \text{ wb/m}^2$ (۱) |  |
|  | $11,18 \text{ wb/m}^2$ (۴) | $7,45 \text{ wb/m}^2$ (۳) |  |

## بررسی سوالات گنگور ساهی گذشته

### پایخ هوشمندانه



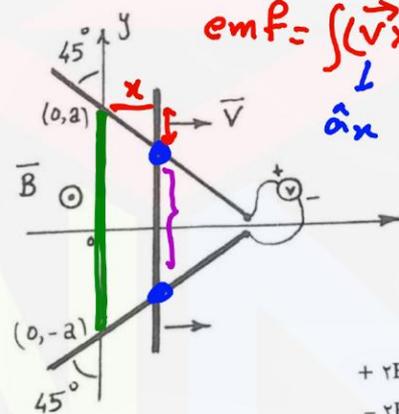
$\tau = \frac{\epsilon}{\sigma}$   
 $e^{-\frac{t}{\tau}}$   
 $e^{-\frac{Q_0}{\epsilon} t}$   
 $Q(t) = \frac{Q_0}{\epsilon \pi b^2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

### سوالات گنگور ساهی گذشته

ناحیه  $a \leq r \leq b$  در مختصات کروی در فضای آزاد از ماده‌ای با ضریب دی‌الکتریک  $\epsilon$  و ضریب رسانش  $\sigma$  پر شده است. بار  $Q_0$  را در لحظه  $t = 0$  بطور یکنواخت روی سطح  $r = a$  قرار می‌دهیم. چگالی بار سطحی روی سطح  $r = b$  را بدست آورید. (۷۸)

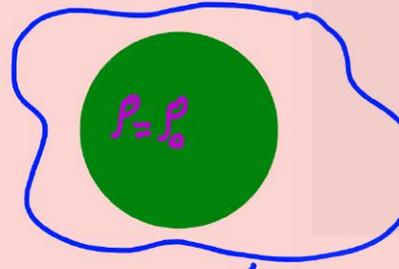
$\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} (1 - e^{-\sigma t / \epsilon})$  (۲) ~~X~~       $\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} e^{-\sigma t / \epsilon}$  (۱) ~~X~~  
 $\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} (1 - e^{-\sigma t / \epsilon})$  (۴) ✓       $\rho_s = \frac{Q_0}{4\pi b^2} (1 - e^{-\tau \sigma t / \epsilon})$  (۳) ~~X~~

$e = \int ((\vec{v}_0 \cdot \hat{x}) \times (B_0 \hat{z})) \cdot (dy \hat{a}_y)$   
 $= -v_0 B_0 (ra - rx)$        $x = v_0 t$   
 $= -v_0 B_0 (a - v_0 t)$   
 $= v_0 B_0 (v_0 t - a)$



$emf = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$   
 $\vec{B} = B_0 \hat{z}$  (میدان مغناطیسی ثابت)  
 مانند شکل میله‌ای با سرعت ثابت  $\vec{v} = v \hat{x}$  در لحظه  $t = 0$  از محل  $x = 0$  روی ریل هادی نمایش داده شده شروع به حرکت می‌کند. در فاصله  $0 < t < \frac{a}{v}$  و ولت‌متر چه ولتاژی را نشان می‌دهد؟ (۷۹)

$+ v B_0 \cdot v \cdot (v_0 t - a v \sqrt{2})$  (۳) ~~X~~       $v B_0 \cdot v \cdot (v_0 t - a)$  (۱) ✓  
 $- v B_0 \cdot v \cdot (v_0 t - a v \sqrt{2})$  (۴) ~~X~~       $- v B_0 \cdot v \cdot (v_0 t - a)$  (۲)

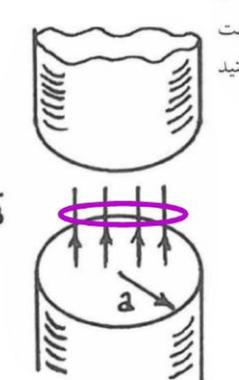


$Q(t) = Q(0) e^{-\frac{Q_0}{\epsilon_0} t}$   
 $= \frac{r}{\epsilon} \pi a^2 \rho_0$        $t = \frac{\epsilon_0}{\sigma} \ln 2$

در لحظه  $t = 0$  درون یک جسم هادی با رسانائی ویژه  $\sigma$  و نفوذپذیری  $\epsilon$  بار الکتریکی به طور یکنواخت با چگالی حجمی ثابت  $\rho_0$  رها می‌شود. در لحظه  $t = \frac{\epsilon_0}{\sigma} \ln 2$  درون کره‌ای به شعاع  $a$  چقدر بار وجود دارد؟ (۸۰)

$Q(t) = Q(\infty) + [Q(0) - Q(\infty)] e^{-\frac{t}{\tau}}$   
 $Q(0) = \rho_0 (\frac{4}{3} \pi a^3)$   
 $Q = \frac{4\pi a^3 \rho_0}{3}$  (۲) ✓       $Q = 4\pi a^2 \rho_0$  (۱) ~~X~~  
 $Q = \frac{4\pi}{3} a^3 \rho_0$  (۴) ~~X~~       $Q = \frac{4\pi a^3 \rho_0}{3}$  (۳) ~~X~~

$E(r) = \frac{B_0}{\tau} \pi r^2$   
 $E = \frac{B_0 r}{\tau} \rightarrow E_{max} = \frac{B_0 a}{\tau}$   
 $\frac{B_0 a}{\tau_{min}} < E_0 \rightsquigarrow \tau_{min} > \frac{B_0 a}{\tau E_0}$



بین دو قطب یک آهنربای الکتریکی که به شکل دایره‌ای به شعاع  $a$  هستند، میدان  $\vec{B}$  به صورت  $|\vec{B}| = \frac{B_0 r}{\tau}$  برای  $0 \leq r \leq a$  و  $0 \leq t \leq \tau$  تغییر می‌کند.  $B_0$  ثابت بوده و جهت  $\vec{B}$  در شکل دیده می‌شود. حداقل چقدر باشد تا در هوا شکست عایقی رخ ندهد؟ (فرض کنید حداکثر میدان الکتریکی قابل تحمل «dielectric strength» برای هوا  $E_0$  باشد). (۸۰)

$|\vec{E}| < E_0$   
 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$   
 $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$

$\frac{B_0 \pi a}{E_0}$  (۱)  
 $\frac{B_0 \pi a}{2 E_0}$  (۲)  
 $\frac{B_0 a}{E_0}$  (۳)  
 $\frac{B_0 a}{2 E_0}$  (۴) ✓

## بررسی سوالات گنگور ساهای گذشته

### پایخ هوشمندانه

$$\vec{E}_r = \vec{E}_1 + \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_1} - 1\right) \vec{E}_{in}$$

$$= r\hat{a}_x - r\hat{a}_y + r\hat{a}_z$$

$\tan\theta = \frac{r}{\sqrt{\epsilon_1 + 9}} = \frac{r}{\sqrt{\epsilon_1}}$

### سوالات گنگور ساهای گذشته

اگر در ناحیه  $z > 0$  که در آن  $\epsilon_r = 2$  است  $\vec{E} = 2\hat{a}_x - 3\hat{a}_y + 5\hat{a}_z$ ، زاویه ای که میدان الکتریکی در ناحیه  $z \leq 0$  با  $\epsilon_r = 5$  با سطح جدایی دو محیط می سازد تقریباً چند درجه است؟ (۸۱)

$z > 0 \quad \epsilon_r = 2 \quad \textcircled{1}$   
 $z < 0 \quad \epsilon_r = 5 \quad \textcircled{2}$

$61^\circ (4) \quad \times$        $54/2^\circ (3) \quad \times$        $35/8^\circ (2)$        $29^\circ (1)$

$$\rho_s = \left(\frac{\epsilon_r}{\sigma_r} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1}\right) |\vec{J}_{in}|$$

$$= \left(\frac{\epsilon_r}{\sigma_r} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1}\right) |J_1| \sin\theta$$

چگالی جریان  $\vec{J}$  با زاویه  $30^\circ$  نسبت به مرز بین دو محیط ۱ و ۲، از محیط ۱ به محیط ۲ وارد می شود. مشخصات محیطهای ۱ و ۲ بترتیب عبارتند از  $(\sigma_1, \epsilon_1)$  و  $(\sigma_2, \epsilon_2)$ . چگالی بار سطحی در مرز بین دو محیط چقدر است؟ (۸۱)

$$\rho_s = \frac{-\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1}\right) |\vec{J}| \quad (1)$$

$$\rho_s = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1}\right) |\vec{J}| \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\rho_s = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1}\right) |\vec{J}| \quad (3)$$

$$\rho_s = \frac{-1}{2} \left(\frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1}\right) |\vec{J}| \quad (4)$$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{s}$$

$$= \iint_S \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{s}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

اگر بردار پتانسیل مغناطیسی،  $V_m$  پتانسیل عددی مغناطیسی و  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  میدانهای الکتریکی و مغناطیسی باشند، نیروی محرکه (emf) القا شده حول یک مسیر بسته C با کدام عبارت بیان می شود؟ (۸۱)

$$-\frac{d}{dt} \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (2)$$

$$-\frac{d}{dt} \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$-\oint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{l} \quad (4)$$

$$-\frac{d}{dt} \oint V_m \cdot d\vec{l} \quad (3)$$

$$\hat{n} \times [\vec{H}_2 - \vec{H}_1] = \vec{J}_s$$

$$\hat{x} \times \left[\frac{1}{\alpha} \hat{x} + k_1 \hat{y} + k_2 \hat{z} - \vec{H}_1\right]$$

$$= 5 \hat{y}$$

$$k_1 - 1 = 0 \rightsquigarrow k_1 = 1$$

$$-k_2 + 7 = 5 \rightsquigarrow k_2 = 2$$

فصل مشترک دو ماده یکنواخت، خطی و همسان در  $x = 0$  قرار دارد. جریان سطحی  $\vec{K} = 5\hat{y}$  (A/m) در فصل مشترک جاری است. اگر  $\vec{H}_1 = 4\hat{x} - 10\hat{y} + 6\hat{z}$  باشد، مقدار  $\vec{H}_2$  کدام است؟ (۸۲)

$B_{in} = B_{rn} \rightsquigarrow \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$

$\vec{H}_{rn} = \frac{1}{5} \hat{x}$

$1/6\hat{x} - 10\hat{y} + \hat{z} \quad (1)$   
 $1/2\hat{x} - 12\hat{y} - 2\hat{z} \quad (2) \quad \times$   
 $1/6\hat{x} - 15\hat{y} + 6\hat{z} \quad (3)$   
 $4\hat{x} - 15\hat{y} + 6\hat{z} \quad (4) \quad \times$

## بررسی سوالات گنگور ساهای گذشته

### پایخ هوشمندانه

$$\vec{B}_{in} = \vec{B}_{rn} \sim \vec{B}_{rn} = r \hat{z}$$

$$\vec{H}_{rn} = \frac{r}{\mu_0} \hat{z}$$

$$\hat{n} \times [\vec{H}_r - \vec{H}_1] = \vec{J}_s$$

گنگور

### سوالات گنگور ساهای گذشته

صفحه ۰ z فصل مشترک دو ناحیه (۱) و (۲) بوده و دارای جریان آزاد با چگالی سطحی  $\vec{K} = \frac{1}{\mu_0} (-\hat{x} + 3\hat{y})$  (آمپر بر متر) می باشد. در ناحیه (۱) ( $z < 0$ ) داریم  $\mu_{r1} = 2$  و در ناحیه (۲) ( $z > 0$ ) داریم  $\mu_{r2} = 3$ . اگر در ناحیه (۱) داشته باشیم  $\vec{B}_1 = (2\hat{x} - \hat{y} + 2\hat{z}) \frac{Wb}{m^2}$  بردار مغناطیس شدگی  $\vec{M}_2$  در ناحیه (۲) برابر است با: (۱۳)

②  $\mu_{r2} = 3$  (۱۳)  $\vec{H}_2 = k_1 \hat{x} + k_2 \hat{y} + \frac{r}{\mu_0} \hat{z}$

①  $\mu_{r1} = 2$  z = 0

$$\frac{1}{\mu_0} (\lambda \hat{x} + \hat{y} + \frac{4}{3} \hat{z}) \quad (2)$$

$$\frac{1}{\mu_0} (\lambda \hat{x} + \hat{y}) \quad (1)$$

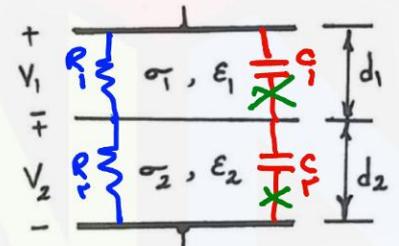
$$\frac{1}{\mu_0} (\lambda \hat{x} + \hat{y} - \frac{4}{3} \hat{z}) \quad (4)$$

$$\frac{1}{\mu_0} (\lambda \hat{x} + 2\hat{y} + \frac{4}{3} \hat{z}) \quad (3)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{d_1}{\sigma_1 A}}{\frac{d_2}{\sigma_2 A}}$$

$$= \frac{\sigma_2 d_1}{\sigma_1 d_2}$$

همانند شکل، عایق خازن مسطحی از دو لایه عایق به ترتیب با ضریب نفوذپذیری الکتریکی  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  و رسانایی ویژه  $\sigma_1$  و  $\sigma_2$  و ضخامت  $d_1$  و  $d_2$  تشکیل شده است. اگر خازن به ولتاژ مستقیم V وصل شود در رژیم دائمی نسبت ولتاژ دو قسمت عایق  $V_1$  و  $V_2$  برابر است با: (۱۳)



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sigma_2 d_1}{\sigma_1 d_2} \quad (1)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (2)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (3)$$

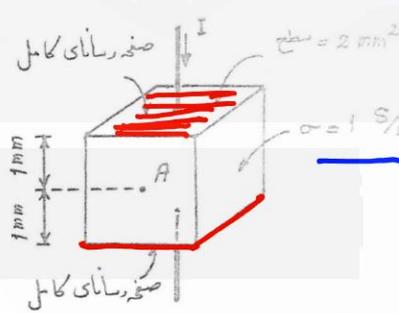
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sigma_2 \epsilon_1}{\sigma_1 \epsilon_2} \quad (4)$$

$$\vec{J} = \frac{I}{A} = \frac{10 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}}$$

$$= 5 \times 10^0$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} = 5 \times 10^0$$

جریان مستقیم  $I = 10 \text{ mA}$  از درون مقاومت نشان داده شده در شکل عبور می کند. مقدار  $|\vec{E}|$  برای نقطه A در شکل که بلافاصله در خارج از ماده تشکیل دهنده مقاومت قرار دارد. (۱۴)



$$E = \frac{V}{m} \quad (1)$$

$$E = \frac{V}{m} \quad (2)$$

$$E = \frac{kV}{m} \quad (3)$$

$$E = \frac{kV}{m} \quad (4)$$

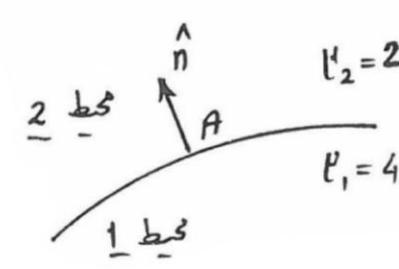
$$\vec{J}_s = 0$$

$$\vec{M}_r = (\mu_{r1} - 1) \vec{H}_r$$

$$= (\mu_{r1} - 1) \left[ \vec{H}_1 + \left( \frac{\mu_{r1}}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H}_{in} \right]$$

$$= \vec{H}_1 + \vec{H}_{in} \rightarrow (\vec{H}_1 \cdot \hat{n}) \hat{n}$$

فصل مشترک دو ماده مغناطیسی همگن در شکل دیده می شود. در نقطه A از فصل مشترک،  $\hat{n}$  بردار واحد عمود بر فصل مشترک را نشان می دهد. اگر  $\vec{H}_1$  میدان در نقطه A در طرف محیط اول باشد، بردار مغناطیس شدگی  $\vec{M}$  در همین نقطه در طرف محیط دوم کدام است؟ (۱۴)



$$\vec{H}_1 + \hat{n}(\vec{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (1)$$

$$\vec{H}_1 - \hat{n}(\vec{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (2)$$

$$\vec{H}_1 + 3\hat{n}(\vec{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (3)$$

$$3\vec{H}_1 + 3\hat{n}(\vec{H}_1 \cdot \hat{n}) \quad (4)$$

## بررسی سوالات گنگور سبهای گذشته

### پاسخ هوشمندانه

$\odot I$   
↓  
d  
-----  
d  
⊙ I

$\mu \rightarrow \infty$

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi(2d)} (-\hat{a}_z)$$

### سوالات گنگور سبهای گذشته

ناحیه  $z > 0$  فضای آزاد و  $z < 0$  محیطی با  $\mu = \infty$  است. سیم حامل جریان I در جهت محور x در فضای آزاد به فاصله d از صفحه  $z = 0$  قرار دارد. نیروی وارد بر واحد طول سیم چقدر است؟ (۸۴)

$\odot I$   
↑ z  
d  
-----  
y  
فضای آزاد  
 $\mu = \infty$

$-\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \hat{z}$ (۳) <del>X</del>	$-\frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \hat{z}$ (۱) ✓
$+\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \hat{z}$ (۴) <del>X</del>	$+\frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \hat{z}$ (۲) <del>X</del>

$$P_s = \hat{n} \cdot [D_2 - D_1]$$

$$= -\hat{a}_z \left[ \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \vec{J}_2 - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \vec{J}_1 \right]$$

$$= - \left[ \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} - \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} \right] (|J_z|)$$

$$= - \left[ -\frac{1}{3} \right] \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} (7J_0) = \frac{7\epsilon_1}{\sigma_1} J_0$$

ناحیه  $z > 0$  از محیط همگن با ضرایب  $\epsilon_1, \sigma_1$  و ناحیه  $z < 0$  از محیطی با ضرایب  $\epsilon_2, \sigma_2$  مفروض است. اگر در محیط ۱ داشته باشیم  $\vec{J}_1 = J_0(\hat{x} + 2\hat{y} + 6\hat{z})$  چگالی بار سطحی را در  $z = 0$  بدست آورید. (۸۴)

$2 \left( \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right) J_0$ (۳)	$\frac{2\epsilon_2 J_0}{\sigma_1}$ (۱)
$\left( \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right) J_0$ (۴)	$\frac{2\epsilon_1 J_0}{\sigma_1}$ (۲) ✓

$$P_{sp} = \hat{n} \cdot [P_2 - P_1]$$

$$P_{sp} = P_{rn} - P_{in}$$

$$P_{in} = P_{rn} - P_{sp}$$

در مرز دو عایق با ضریب نفوذپذیری الکتریکی  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  چگالی سطحی بارهای پلاریزه  $\rho_{sp}$  است. چه رابطه‌ای بین مؤلفه‌های عمودی بردار پلاریزاسیون  $\vec{P}$  دو طرف مرز برقرار است؟ (۸۵)

$P_{n1} = P_{n2}$ (۱)
$P_{n1} = P_{n2} - \rho_{sp}$ (۲) ✓
$P_{n1} = P_{n2} + \rho_{sp}$ (۳)
$P_{n1} = -P_{n2} - \rho_{sp}$ (۴)

$$\vec{J} = \frac{I_0}{\epsilon \pi r^2} \hat{a}_r$$

$$\vec{D} = \frac{\epsilon_r}{\sigma_r} \frac{I_0}{\epsilon \pi r^2} \hat{a}_r \quad \left| \begin{array}{l} \hat{a}_r \\ r = b^+ \end{array} \right.$$

$$= \frac{\epsilon_r}{\sigma_r} \frac{I_0}{\epsilon \pi b^2} \hat{a}_r$$

همانند شکل به کره رسانای کاملی به شعاع a از طریق سیم بی نهایت نازکی جریان مستقیم  $I_0$  وارد می شود. ناحیه اول ( $a < r < b$ ) و دوم ( $b < r$ ) به ترتیب با مواد  $(\epsilon_1, \sigma_1)$  و  $(\epsilon_2, \sigma_2)$  پر شده است. چگالی شار الکتریکی  $\vec{D}$  در  $r = b^+$  کدام است؟ (۸۵)

$\frac{\epsilon_2}{\sigma_r} \frac{I_0}{\epsilon \pi b^2} \hat{r}$ (۱) ✓
$\left( \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right) \frac{I_0}{\epsilon \pi b^2} \hat{r}$ (۲)
$-\left( \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right) \frac{I_0}{\epsilon \pi b^2} \hat{r}$ (۳)
$\left( \frac{\epsilon_1}{\sigma_1} - \frac{\epsilon_2}{\sigma_2} \right) \frac{I_0}{\epsilon \pi b} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \hat{r}$ (۴)

بررسی سوالات گنگور ساهی گذشته

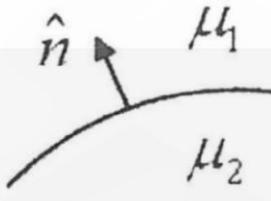
پایخ هوشمندانه

$$\vec{J}_{sb} = \hat{n} \times [\vec{M}_1 - \vec{M}_2]$$

$$\vec{J}_{sb} = \hat{n} \times \vec{M}_1 - \hat{n} \times \vec{M}_2$$

سوالات گنگور ساهی گذشته

در مرز دو محیط با ضرائب نفوذپذیری مغناطیسی  $\mu_1$  و  $\mu_2$  چگالی جریان سطحی مقید  $\vec{J}_{ab}$  است. چه رابطه‌ای بین بردار چگالی دو قطبی مغناطیسی  $\vec{M}$  دو طرف مرز برقرار است؟ ( $\hat{n}$  بردار واحد قائم بر نقطه‌ای از مرز است). (۸۷)



$$\hat{n} \times \vec{M}_1 = \hat{n} \times \vec{M}_2 + \vec{J}_{sb} \quad (1)$$

$$\hat{n} \times \vec{M}_1 = \hat{n} \times \vec{M}_2 - \vec{J}_{sb} \quad (2)$$

$$\hat{n} \times \vec{M}_1 = -\hat{n} \times \vec{M}_2 - \vec{J}_{sb} \quad (3)$$

$$\hat{n} \times \vec{M}_1 = \hat{n} \times \vec{M}_2 \quad (4)$$

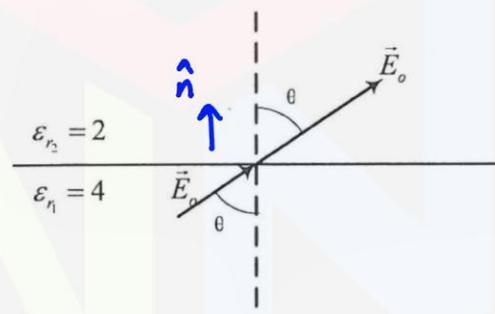
$$P_s = \hat{n} \cdot [\vec{D}_2 - \vec{D}_1]$$

$$= \hat{n} \cdot [\epsilon_2 \vec{E}_2 - \epsilon_1 \vec{E}_1]$$

$$= \hat{n} \cdot [-\epsilon_1 \vec{E}_1]$$

$$= -\epsilon_1 |\vec{E}_1| \cos \theta$$

مطلوبست محاسبه بار سطحی آزاد روی مرز بین دو محیط در شکل زیر: (۸۷)



$$-2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \cos \theta \quad (1)$$

$$-2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \sin \theta \quad (2)$$

$$+2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \cos \theta \quad (3)$$

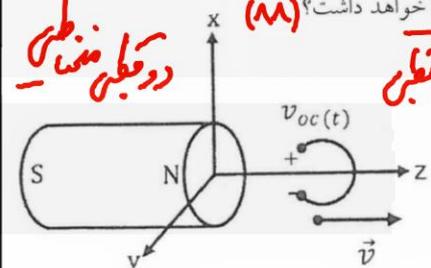
$$+2\epsilon_0 |\vec{E}_0| \sin \theta \quad (4)$$

$$B \propto \frac{1}{r^2} \propto \frac{1}{t^2}$$

$$e \propto \frac{dB}{dt} \propto \frac{1}{t^3}$$

محور یک آهن‌ربای دائمی میله‌ای همانند شکل بر محور Z منطبق است. یک حلقه سیم نازک از جنس ماده‌ی غیرمغناطیسی که به صورت مدار باز است از  $z=0$  با سرعت ثابت  $v$  در راستای Zهای مثبت به آرامی به حرکت درمی‌آید. ولتاژ مدار باز دو سر حلقه سیم  $v_{oc}(t)$  در زمانهای بزرگ چه رابطه‌ای با زمان  $t$  خواهد داشت؟ (۸۸)

*دو قطبی منفی* *که تقریب دو قطبی*  $r = vt$

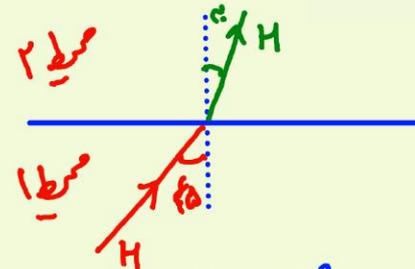


$$\frac{1}{t^3} \quad (1)$$

$$e^{-v} \quad (2)$$

$$\frac{1}{t^2} \quad (3)$$

$$e^{-v} \quad (4)$$



$$\frac{w_{mr}}{w_{mi}} = \frac{\sin^2(\epsilon_2 \theta)}{\sin^2(\epsilon_1 \theta)} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{2}{\sqrt{\epsilon}} > 1$$

زاویه بردار شدت میدان مغناطیسی  $\vec{H}$  با خط عمود بر مرز مشترک دو ماده مغناطیسی در سمت ماده اول  $45^\circ$  و در سمت ماده دوم  $30^\circ$  است. اگر در مرز مشترک این دو محیط هیچ جریان آزادی نداشته باشیم، چگالی انرژی مغناطیسی در کدام طرف مرز بیشتر است؟ (۹۰)

$$\frac{w_{m1}}{w_{m2}} = \frac{\sin^2 \theta_2}{\sin^2 \theta_1}$$

(۱) طرف ماده اول  
(۲) طرف ماده دوم  
(۳) در هر دو طرف یکسان است  
(۴) نمی‌توان قضاوت کرد

بررسی سوالات گنگور ساهی گذشته

پایخ هوشمندانه

$$e = vBw$$

$$R = \frac{w}{\sigma A} \rightarrow I = \frac{e}{R}$$

$$I = vB\sigma A$$

$$F = IwB = vwB\sigma A$$

$$\frac{F}{A} = vw\sigma B^r$$

سوالات گنگور ساهی گذشته

یک ورقه بزرگ فلزی با رسانایی ویژه  $\sigma$  و ضخامت  $w$  به طور عمودی داخل یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  با سرعت  $\vec{v}$  (ثابت) حرکت می کند. اگر  $\vec{v}$  بر  $\vec{B}$  عمود باشد، اندازه نیروی بازدارنده حرکت بر واحد سطح قطعه رسانا چقدر است؟ (می دانیم  $|\vec{v}| = v$  و  $|\vec{B}| = B$ )

$\vec{e} = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{A}$  (۹۰)

$\sigma vwB^r$  (۲) ✓  $\sigma vwB$  (۱)  
 $\sigma v^r B^r w$  (۴)  $\sigma v^r B^r$  (۳)

$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$

$$\vec{M}_1 = (\mu_{r1} - 1) \vec{H}_1$$

$$= \vec{H}_1 = \vec{H}_r + (\frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} - 1) \vec{H}_{rn}$$

$$= \frac{\hat{x}}{e} + \frac{\hat{y}}{e} + \frac{\hat{z}}{e} + (\frac{1}{r}) (\frac{1}{e} \hat{z})$$

$$= \frac{1}{e} \hat{x} + \frac{1}{r} \hat{y} + \frac{1}{e} \hat{z}$$

صفحه  $y = 0$  دو ماده مغناطیسی همگن را از یکدیگر جدا می سازد. در  $y > 0$  ضریب نفوذپذیری نسبی  $\mu_{r1} = 2$  و در  $y < 0$   $\mu_{r2} = 3$  می باشد. اگر در  $y < 0$  میدان مغناطیسی  $\vec{B} = \mu_0 (\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})$  باشد، بردار مغناطیس شدگی  $\vec{M}$  در ناحیه  $y > 0$  کدام است؟ (۹۱)

①  $\mu_{r1} = 2$   $y > 0$   
 ②  $\mu_{r2} = 3$   $y = 0$

$\frac{1}{3} \hat{x} + \frac{1}{3} \hat{y} + \frac{1}{3} \hat{z}$  (۲)  
 $\frac{1}{3} \hat{x} + \frac{1}{3} \hat{y} + \frac{1}{3} \hat{z}$  (۴)  
 $\frac{1}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} + \frac{1}{2} \hat{z}$  (۱) ✓  
 $\frac{1}{2} \hat{x} + \frac{1}{2} \hat{y} + \frac{1}{2} \hat{z}$  (۳)

$$\vec{J} = \frac{I}{A} = \frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d} (-\hat{a}_z)$$

$$\vec{D} = \frac{\epsilon_0}{\sigma_0} (1 + \frac{z}{d})^r \frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d} (-\hat{a}_z)$$

$$\vec{P} = (1 - \frac{1}{1 + \frac{z}{d}}) \frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d} (1 + \frac{z}{d})^r (-\hat{a}_z)$$

$$\rho_{sp}|_{z=d} = \hat{n} \cdot \vec{P}|_{z=d} = -\frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d}$$

مقدار چگالی بار سطحی مقید القا شده ( $\rho_{ps}$ ) در  $z = d$  برای ساختار زیر، کدام است؟ (۹۵)

$\vec{P} = (1 - \frac{1}{\epsilon_r}) \vec{D}$

$R = \int \frac{dz}{\sigma A} = \int_0^d \frac{d+z}{\sigma_0 d A} dz$

$R = \frac{\sigma_0 d}{\rho \epsilon_0 A} \rightarrow I = \frac{\rho \epsilon_0 AV}{\rho d}$

$\frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d}$  (۱)  
 $\frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d}$  (۲)  
 $-\frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d}$  (۳)  
 $-\frac{\rho \epsilon_0 V_0}{\sigma d}$  (۴)

$R \rightarrow I = \frac{V}{R} \rightarrow \vec{J} \rightarrow \vec{D} = \frac{\epsilon}{\sigma} \vec{J} \rightarrow \vec{P} \rightarrow \rho_{ps}$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln(\frac{a+s}{s})$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} a \ln(1 + \frac{a}{s})$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0}{2\pi} \alpha a \ln(1 + \frac{a}{s})$$

یک حلقه مربعی به ضلع  $a$  و به فاصله  $s$  از یک سیم بلند حامل جریان  $I$  قرار دارد. حلقه و سیم هر دو در صفحه  $xy$  هستند. اگر جریان داخل سیم برای  $t \geq 0$  با نرخ ثابت  $\alpha (\frac{A}{s})$  به سمت صفر میل کند،  $\text{emf}$  القایی در حلقه مربعی،  $\frac{dI}{dt} = -\alpha$  برای  $t > 0$  کدام است؟ (۹۶)

$\frac{\mu_0}{\pi} \alpha a \frac{1}{1 + \frac{s}{a}}$  (۳) ✗  $\frac{\mu_0}{2\pi} \alpha a \ln(1 + \frac{a}{s})$  (۱) ✓  
 $\frac{\mu_0 I}{\pi} \alpha a \frac{1}{1 + \frac{s}{a}}$  (۴) ✗  $\frac{\mu_0 I}{2\pi} \alpha a \ln(1 + \frac{a}{s})$  (۲)

## بررسی سواالت گنگور ساهی گذشته

### پایخ هوشمندانه

$$\vec{J} = \frac{I}{2\pi r^2} \hat{a}_r$$

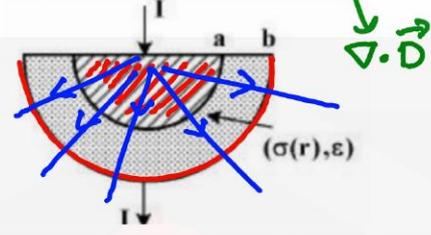
$$\vec{D} = \frac{\epsilon}{\sigma} \vec{J} = \frac{\epsilon I}{\sigma_0 a} \frac{1}{2\pi r^2} \hat{a}_r$$

$$\vec{D} = \frac{\epsilon I}{2\pi \sigma_0 a r} \hat{a}_r$$

$$\rho = \nabla \cdot \vec{D} = \frac{\epsilon I}{2\pi \sigma_0 a r^2}$$

### سواالت گنگور ساهی گذشته

مطابق شکل زیر، یک مقاومت الکتریکی از دو الکتروود رسانای کامل به شکل نیمکره‌هایی هم‌مرکز به شعاع  $a$  و  $b$  که فضای بین آنها از ماده‌ای با رسانایی غیریکنواخت  $\sigma(r) = \sigma_0 \frac{a}{r}$  و ضریب گذردهی ثابت  $\epsilon$  پر شده، تشکیل شده است. فاصله تا مرکز نیمکره‌ها است. اگر جریان کل  $I$  از مقاومت عبور کند، چگالی حجمی بارهای آزاد درون ماده رسانا، با کدام گزینه بیان می‌شود؟ (۹۶)



- (۱)  $\frac{\epsilon I a}{2\pi \sigma_0 r^2}$
- (۲)  $\frac{\epsilon I}{2\pi \sigma_0 a r^2}$
- (۳)  $\frac{\epsilon I}{4\pi \sigma_0 a r^2}$
- (۴) صفر