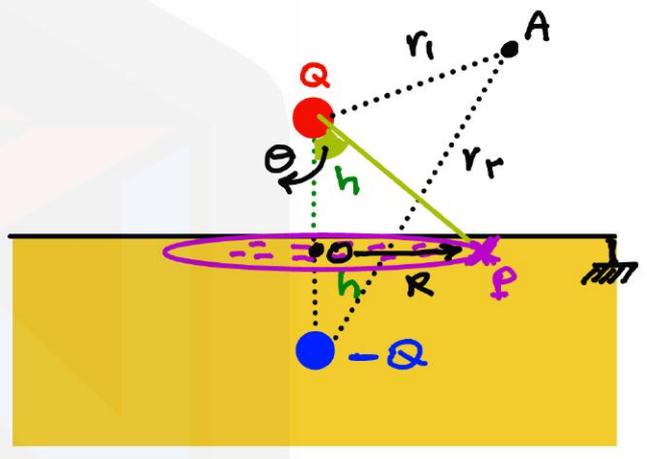
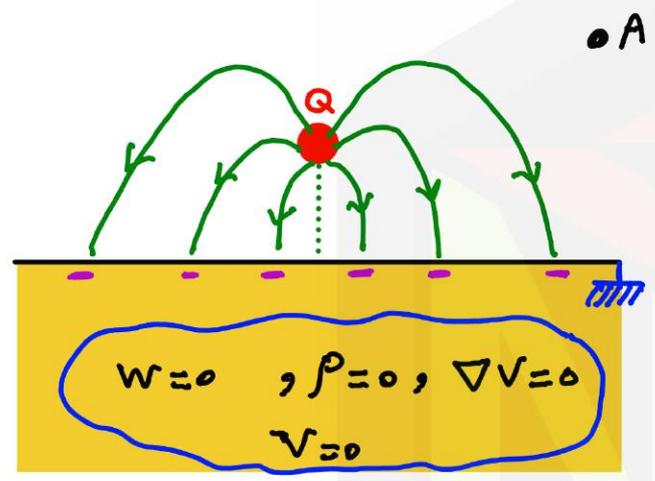
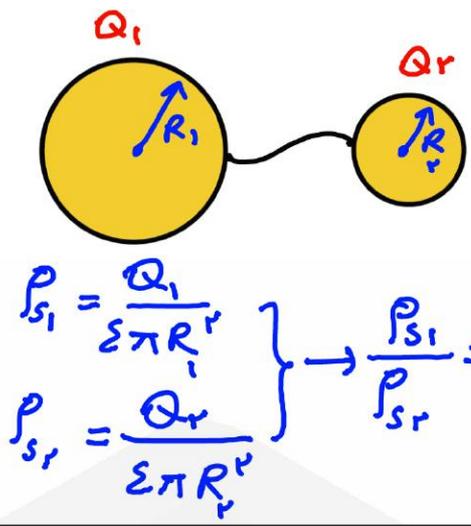


خواص و دپا در روش تصاویر:

$$V_1 = V_2 \rightsquigarrow \frac{Q_1}{\epsilon \pi \epsilon R_1} = \frac{Q_2}{\epsilon \pi \epsilon R_2}$$

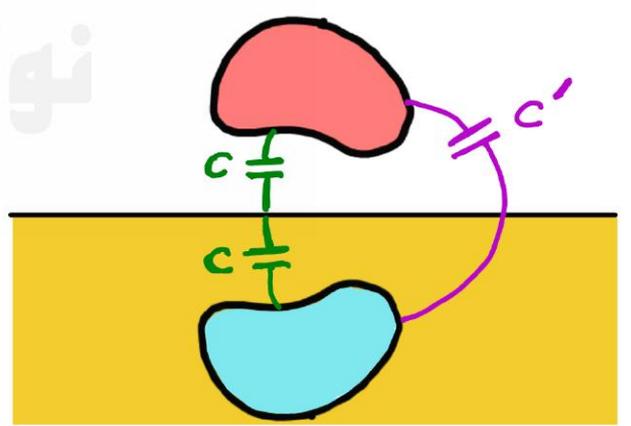
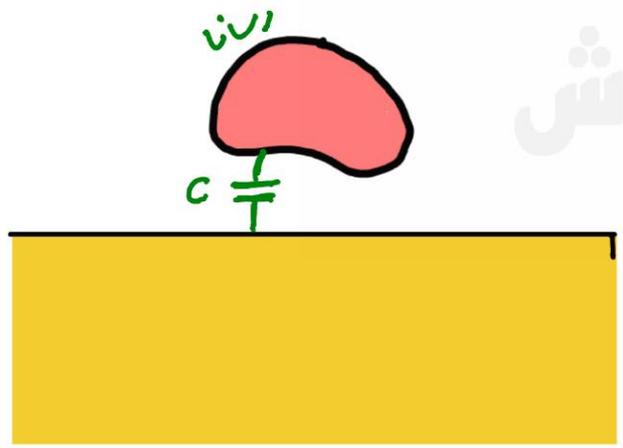
$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$$



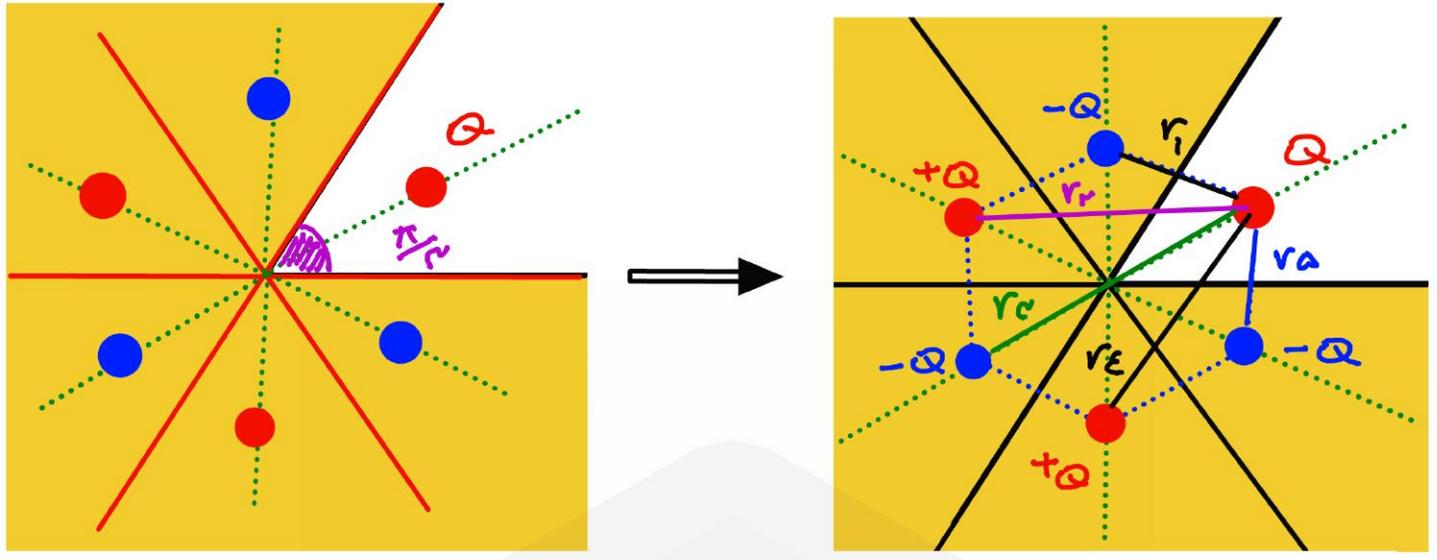
$$V_A = \frac{Q}{\epsilon \pi \epsilon r_1} + \frac{(-Q)}{\epsilon \pi \epsilon r_2}$$

گنجی بار آینه در داخل دایره = $-Q (1 - \cos \theta)$

گنجی بار سطح آینه در نقطه P = $-\frac{Qh}{\pi \pi (R^2 + h^2)^{3/2}}$ ($\frac{C}{m^2}$)



$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} = \frac{2}{C} \rightsquigarrow C' = \frac{C}{2} \rightsquigarrow C = 2C'$$

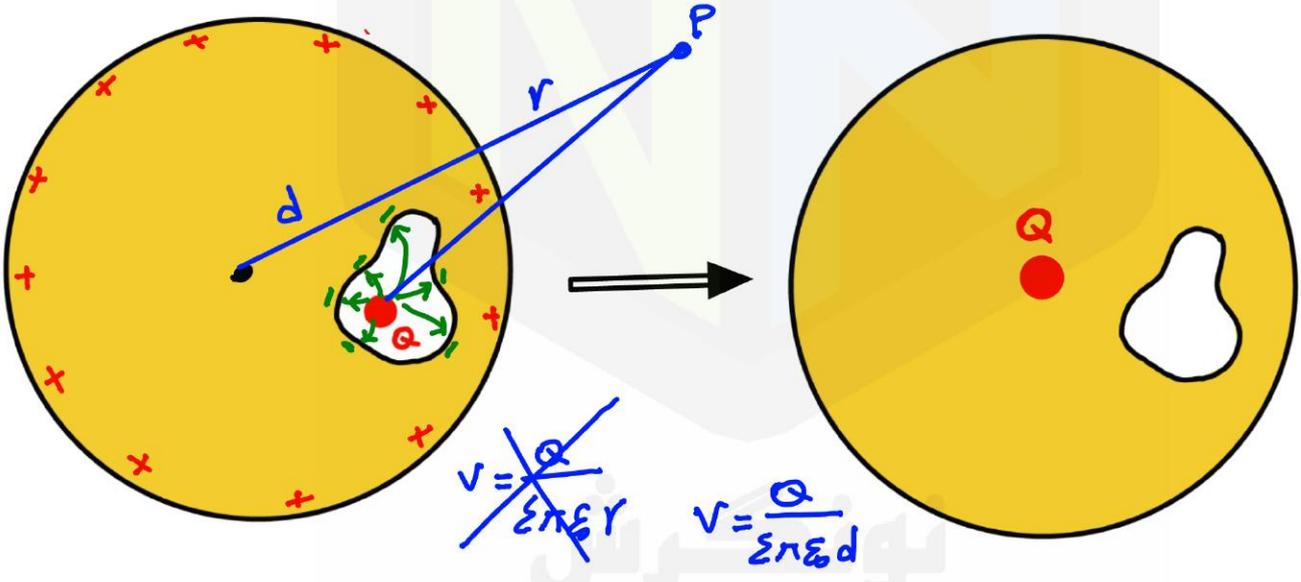


تعداد بارهای تصویر $= \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon} Q$

$$W = \frac{1}{2} Q V$$

پتانسیل از بارهای تصویر در محل بار اصلی

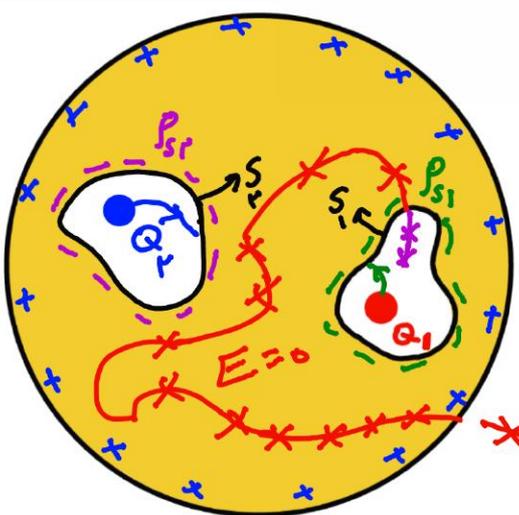
$$W = \frac{1}{2} Q \left\{ \frac{-Q}{\epsilon \pi \epsilon_0 r_1} + \frac{Q}{\epsilon \pi \epsilon_0 r_2} - \frac{Q}{\epsilon \pi \epsilon_0 r_3} + \frac{Q}{\epsilon \pi \epsilon_0 r_4} - \frac{Q}{\epsilon \pi \epsilon_0 r_5} \right\}$$

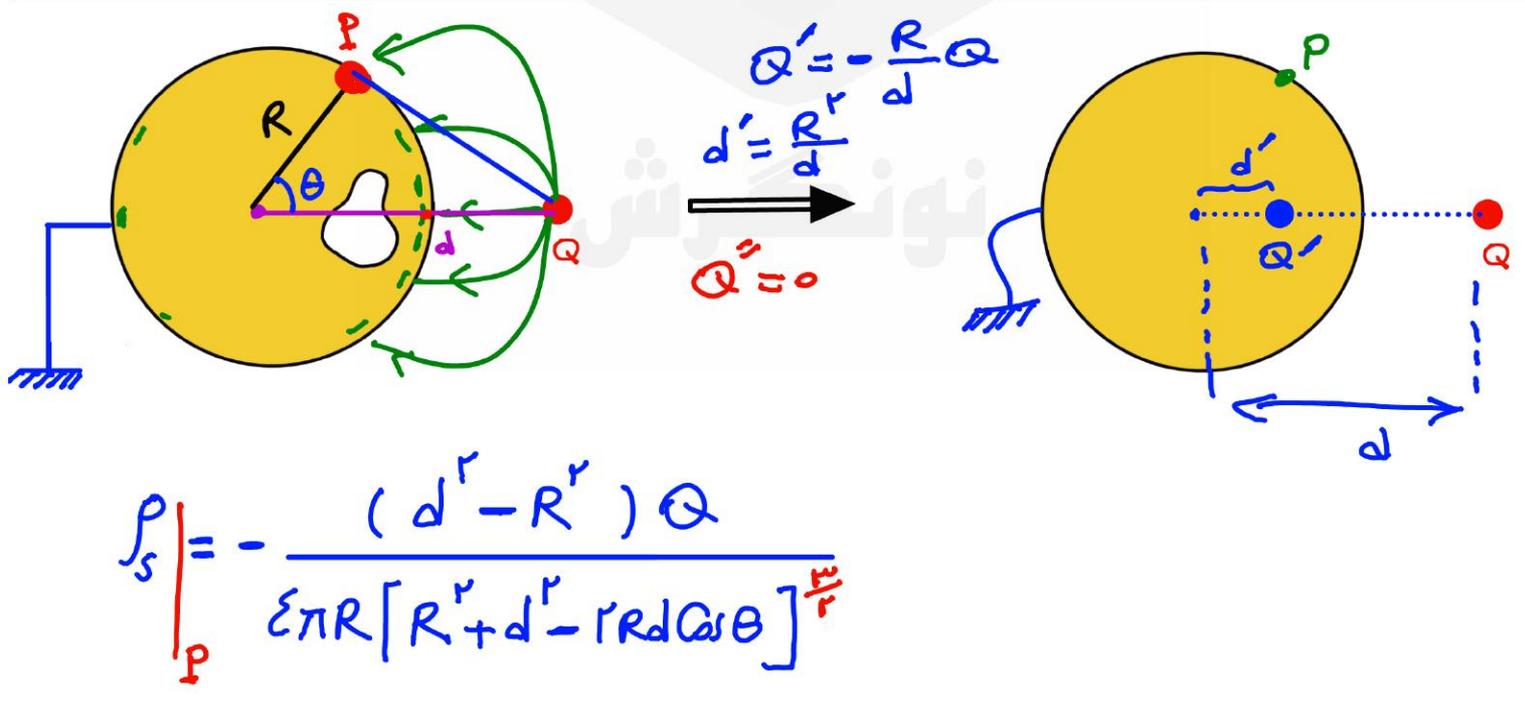
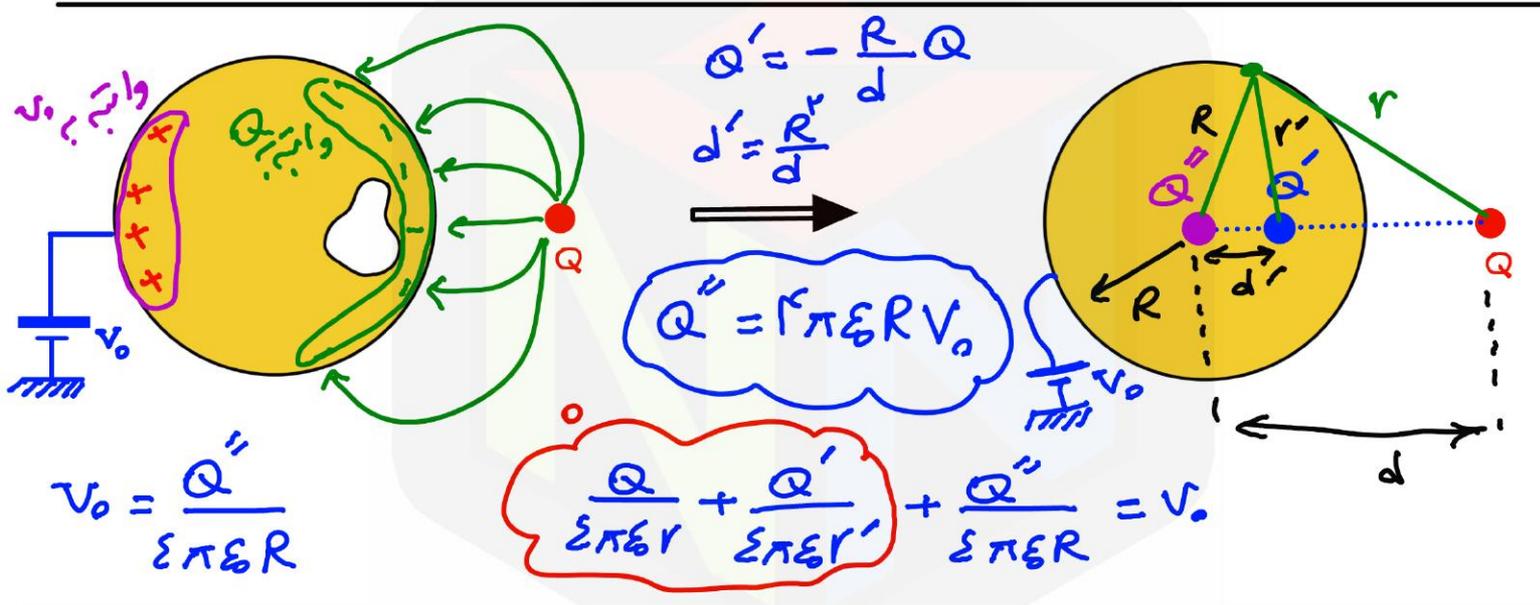
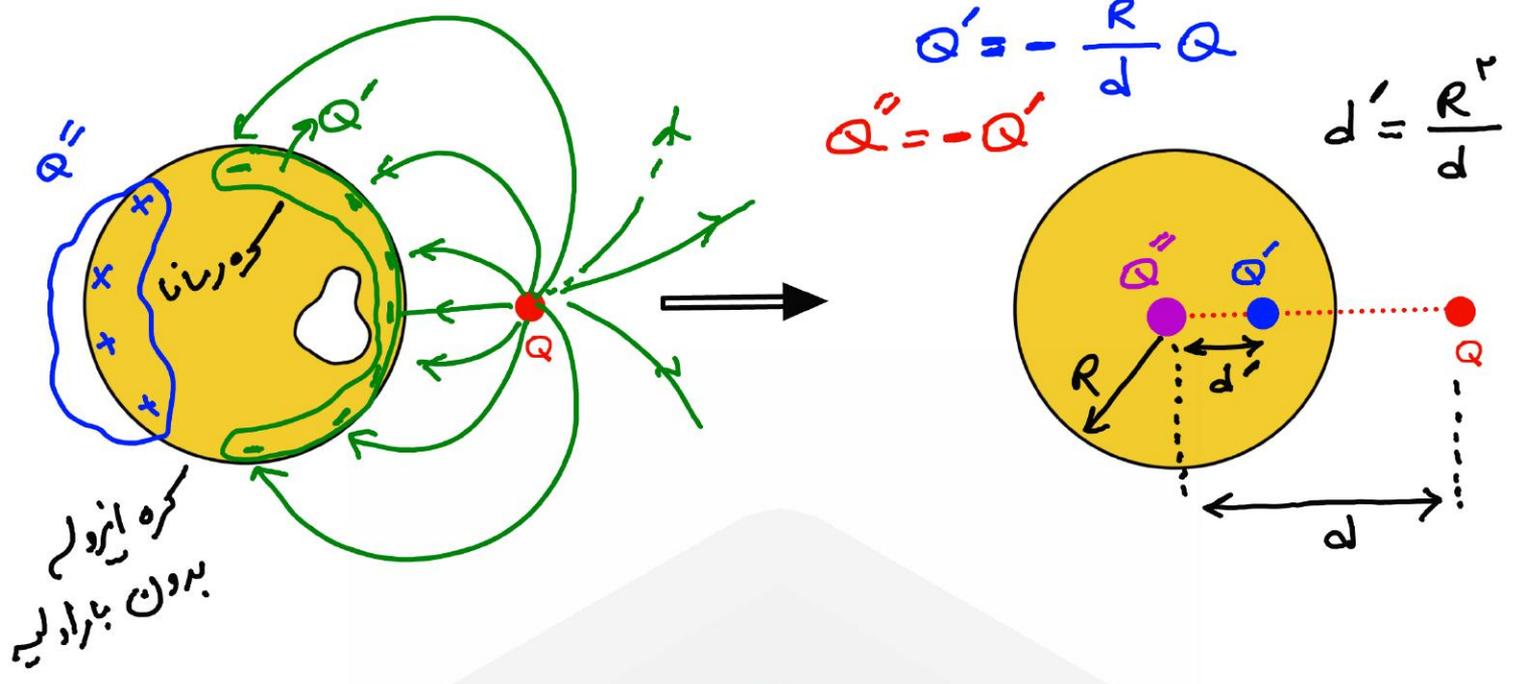


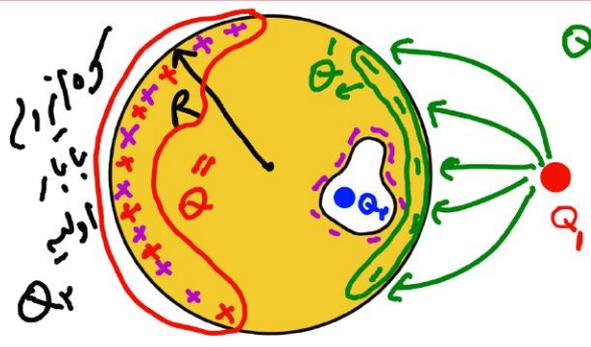
$$\oiint P_{s_1} ds_1 = -Q_1$$

$$\oiint P_{s_2} ds_2 = -Q_2$$

از دیدگاه ناظر بیرون که رساناها یک بار کل رسانا برابر $(Q_1 + Q_2)$ است که در مرکز رسانا گرفته است.

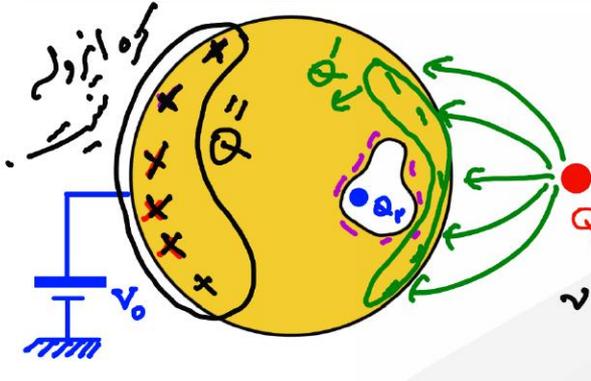




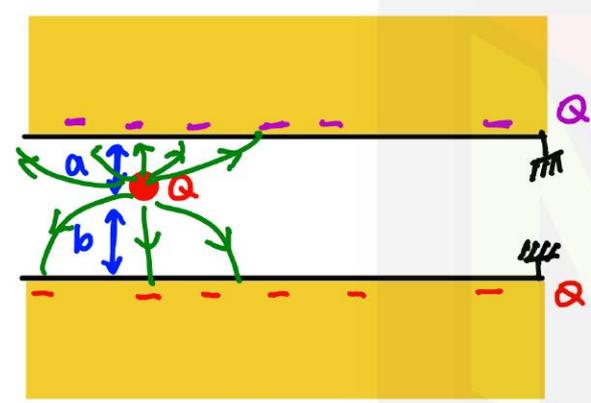


$Q'' + Q' = Q_1$

$V_p = \frac{Q_1}{\epsilon \pi \epsilon_0 |x-d|} + \frac{(-\frac{R}{d} Q_1)}{\epsilon \pi \epsilon_0 |x-\frac{R^2}{d}|} + \frac{Q_1 + \frac{R}{d} Q_1}{\epsilon \pi \epsilon_0 |x|}$



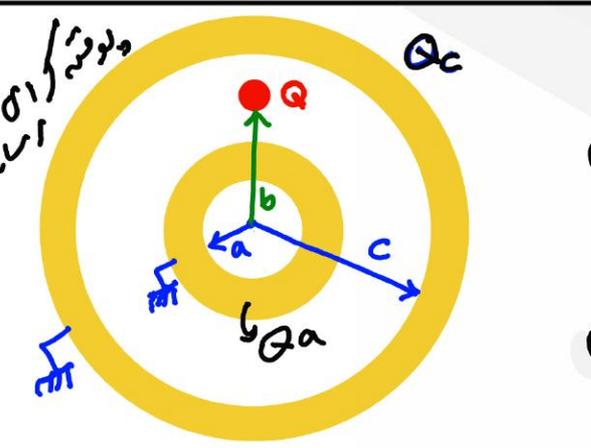
$V_p = \frac{Q_1}{\epsilon \pi \epsilon_0 |x-d|} + \frac{(-\frac{R}{d} Q_1)}{\epsilon \pi \epsilon_0 |x-\frac{R^2}{d}|} + \frac{\epsilon \pi \epsilon_0 R V_0}{\epsilon \pi \epsilon_0 |x|}$



$Q_a + Q_b = -Q$ (1)

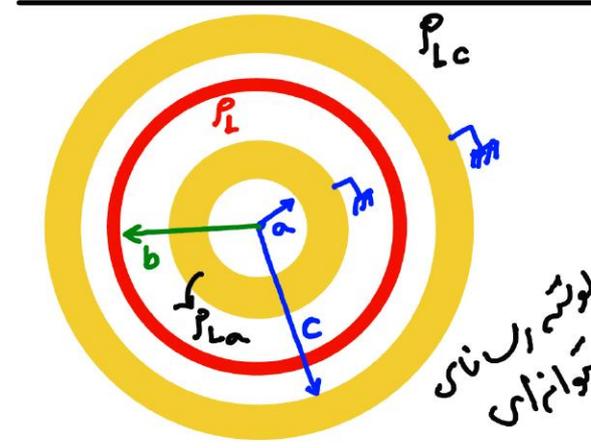
$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{b}{a}$ (2)

(1), (2) $\rightarrow \begin{cases} Q_a = -\frac{b}{a+b} Q \\ Q_b = -\frac{a}{a+b} Q \end{cases}$



$Q_c = -\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{c}} Q$

$Q_a = -\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{c}} Q$

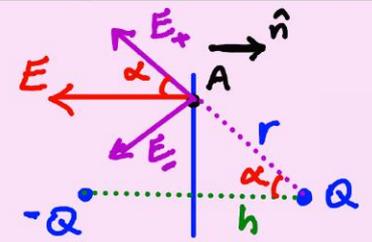


$P_{Lc} = -\frac{\ln \frac{a}{b}}{\ln \frac{a}{c}} P_L$

$P_{La} = -\frac{\ln \frac{c}{b}}{\ln \frac{c}{a}} P_L$

بررسی سوالات گنگور سلهای گذشته

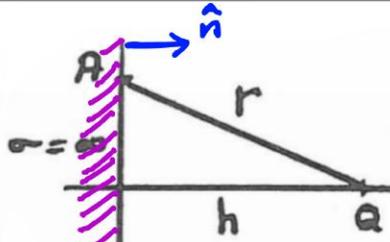
پایخ هوشمندانه



$$\vec{E} = \sum E_{\pm} \cos \alpha (-\hat{n})$$

$$\rho_s = -\sum \epsilon_0 E_{\pm} \cos \alpha = -\frac{Qh}{2\pi r^3}$$

سوالات گنگور سلهای گذشته



بار نقطه‌ای Q در مقابل صفحه هادی بسیار بزرگی قرار گرفته است. (شکل روبرو) چگالی بار سطحی در نقطه A برابر است با: (V0)

$$\rho_s = -\frac{Qh}{2\pi \epsilon_0 h^2} \quad -2$$

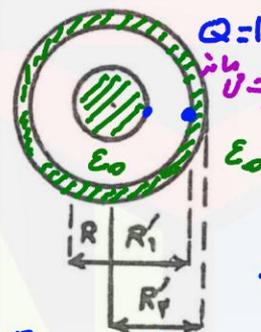
$$\rho_s = -\frac{Qh}{2\pi r^2} \quad -1$$

$$\rho_s = -\frac{Qh}{2\pi r^2} \quad -3$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi r^2} \hat{a}_r & r > R_2 \\ 0 & R_1 < r < R_2 \\ \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi r^2} \hat{a}_r & R < r < R_1 \end{cases}$$

$$V(R) - V(\infty) = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi r^2} dr$$

$$-\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi r^2} dr = -\int_{R_1}^R \frac{Q}{\epsilon_0 4\pi r^2} dr =$$



یک کره هادی بشعاع R به پتانسیل V0 وصل می‌باشد. حال کره فوق را از منبع جدا کرده سپس آن را بوسیله یک پوسته هادی بی‌بار بشعاعهای داخلی R1 و خارجی R2 می‌پوشانیم پتانسیل کره داخلی چقدر است؟ (V1)

$$Q = 4\pi R^2 \rho_s$$

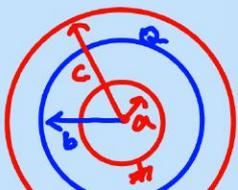
$$V = V_0 \left(1 + \frac{R}{R_1} - \frac{R}{R_2} \right)$$

$$\phi = V_0 \left(1 - \frac{R}{R_1} - \frac{R}{R_2} \right) \quad -2$$

$$\phi = \frac{V_0}{R + R_1 + R_2} \quad -2$$

$$\phi = V_0 \left(1 + \frac{R}{R_1} - \frac{R}{R_2} \right) \quad -1$$

$$\phi = V_0 \quad -3$$



$$Q'_a = -\frac{\frac{1}{b} - \frac{1}{c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{c}} Q =$$

سه پوسته کروی هادی کامل بضمخامت ناچیز بشعاعهای a, b, c (a < b < c) بطور متحدالمركز در خلاء قرار گرفته‌اند. پوسته‌های درونی و بیرونی بزمین وصل شده‌اند. روی کره میانی بار Q را قرار می‌دهیم. مقدار بار القائی روی کره داخلی چقدر است؟ (V2)

$$-Q \frac{a(c-b)}{b(c-a)} \quad -2$$

$$-Q \frac{a(c-b)}{c(b-a)} \quad -1$$

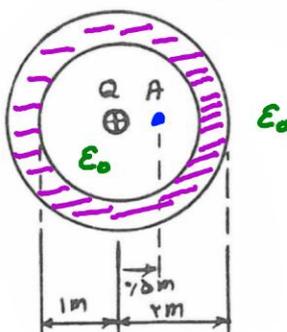
$$-Q \quad -2$$

$$-Q \frac{a^2}{a^2 + c^2} \quad -3$$

$$V = Q \left[\frac{1}{4\pi \epsilon_0 r} + 0 + \frac{1}{\epsilon_0 4\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{r} + 1 = 1/5$$

بار نقطه‌ای Q = 4πε0 در مرکز یک پوسته کروی از جنس هادی کامل (σ → ∞) قرار دارد، محیط داخل و خارج این پوسته هوا است. شعاعهای داخلی و خارجی پوسته بترتیب 1m و 2m می‌باشد.



پتانسیل مطلق (نسبت به مبدا صفر در بینهایت) نقطه A که فاصله 0.5m از بار نقطه‌ای قرار دارد برابر است با: (V2)

-1	صفر ولت
-2	2 ولت
-3	8 ولت
-4	1.5 ولت

بررسی سوالات گنگور سلهای گذشته

پایخ هوشمندانه

$$\vec{F} = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left[\frac{q}{2^2} \hat{x} - \frac{2q}{1^2} \hat{x} - \frac{4q'}{2^2} \hat{x} \right]$$

$$= \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left[\frac{q}{4} - \frac{4q'}{1} \right] (\hat{x})$$

دافع $\frac{q}{4} > \frac{4q'}{1} \Rightarrow q' < \frac{25}{144} q$

سوالات گنگور سلهای گذشته

یک کره هادی بشعاع a زمین شده است (پتانسیل صفر) و دوبار مثبت q و q' به ترتیب در طرف چپ و راست کره و به فاصله $2a$ و $4a$ از مرکز کره و در روی \hat{x} یک قطر قرار دارند. نیروی وارد بر بار q' : (۷۴)

- ۱- جاذبه است اگر $q' < \frac{25q}{144}$ باشد.
- ۲- دافعه است اگر $q' < \frac{25q}{144}$ باشد.
- ۳- دافعه است اگر $q' < \frac{144}{25} q$ باشد.
- ۴- جاذبه است اگر $q' < 4q$ باشد.

زمن کنج پتانسیل آنها برابر اتصال V باشد.

$$4\pi\epsilon_0 a V + 4\pi\epsilon_0 b V$$

$$= 4\pi\epsilon_0 a V_1 + 4\pi\epsilon_0 b V_2$$

$$V(a+b) = aV_1 + bV_2$$

$$V = \frac{aV_1 + bV_2}{a+b}$$

دو کره هادی بشعاع های a, b و فاصله مراکز d ($d \gg a$ و b) به ترتیب در پتانسیل های V_1 و V_2 قرار دارند. پتانسیل آن دو پس از اتصال آنها توسط یک سیم باریک چقدر خواهد بود. (۷۴)

$$Q_1 = 4\pi\epsilon_0 a V_1$$

$$Q_2 = 4\pi\epsilon_0 b V_2$$

- ۱- $V = \frac{aV_1 + bV_2}{a+b}$
- ۲- $V = \frac{V_1 - V_2}{2}$
- ۳- $V = \frac{V_1 + V_2}{2}$
- ۴- $V = \frac{aV_1 + bV_2}{a+b}$

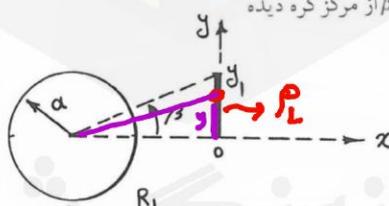
$$dq' = -\frac{a}{\sqrt{y^2 + R_1^2}} dq = -\frac{a}{\sqrt{y^2 + R_1^2}} (\rho_L dy)$$

$$q' = -a\rho_L \int_0^{y_1} \frac{dy}{\sqrt{y^2 + R_1^2}}$$

$$= -a\rho_L \ln(y + \sqrt{y^2 + R_1^2}) \Big|_0^{y_1}$$

$$= -a\rho_L \ln\left(\frac{y_1 + \sqrt{y_1^2 + R_1^2}}{R_1}\right) =$$

بارخطی یکنواخت ρ_L ($\frac{C}{m}$) روی محور y ها از $y=0$ تا $y=y_1$ مفروض است. کره فلزی به شعاع a با پتانسیل صفر در فاصله R_1 از بار خطی مطابق شکل مفروض است بطوری که طول بار خطی تحت زاویه β از مرکز کره دیده می شود بار القائی در کره برابر کدام است؟ (۷۵)



$$\beta \rightarrow 0 \Rightarrow -q' = 0$$

$$-a\rho_L \ln \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta} \quad -1$$

$$-a\rho_L \ln a \frac{\cos \beta}{1 + \sin \beta} \quad -2$$

$$-\frac{\rho_L}{a} \ln \frac{1 + \sin \beta}{\cos \beta} \quad -3$$

$$q' = -\frac{q_1}{2}$$

$$q_2 = \frac{q_1}{2}$$

$$W = \frac{1}{2} q_1 \left[\frac{-\frac{q_1}{2}}{4\pi\epsilon_0 (2a - \frac{a}{2})} + \frac{\frac{q_1}{2}}{4\pi\epsilon_0 (4a)} \right]$$

$$= \frac{-q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q_1^2}{8\pi\epsilon_0 a} = \frac{-q_1^2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

بار نقطه ای q_1 در فاصله $2a$ از مرکز کره رسانای کامل بدون بار و به شعاع a قرار دارد. انرژی کل سیستم صرف نظر از انرژی ساخت بار نقطه ای q_1 را بدست آورید. (۷۷)

$\frac{1}{2} q_1 V$ بار اصلی

تپش نه از بار اصلی تغییر می دهد در اصل بار اصلی

- ۱- $W_e = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon_0 a}$
- ۲- $W_e = \frac{16q_1^2}{\pi\epsilon_0 a}$
- ۳- $W_e = \frac{-q_1^2}{96\pi\epsilon_0 a}$ ✓
- ۴- $W_e = \frac{q_1^2}{16\pi\epsilon_0 a}$

بررسی سوالات گنگور سالهای گذشته

پایخ هوشمندانه

$W = \frac{1}{r} q \left[\frac{1}{\epsilon \pi \epsilon_0 a} + \frac{1}{\epsilon \pi \epsilon_0 (\sqrt{2}a)} + \dots \right]$

سوالات گنگور سالهای گذشته

دو صفحه رسانا با یکدیگر زاویه 60° تشکیل می دهند. بار مثبت q را از بی نهایت به فاصله a از محل برخورد دو صفحه و روی نیمساز دو صفحه می آوریم. انرژی لازم جهت انجام این کار چقدر است؟ (۷۸)

$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (-2 + 2\sqrt{3})$ (۲) ✗ $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (-5 + \frac{3}{\sqrt{3}})$ (۱) ✓
 $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (15 - 4\sqrt{3})$ (۴) ✗ $W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (-2/5 + \frac{2\sqrt{3}}{3})$ (۳) ✓

در قطب الکتریکی

$n = 2 \rightarrow n = 2$

$v \propto \frac{1}{r^{n+1}} \propto \frac{1}{r^3}$

یک دو قطبی الکتریکی با بردار گشتاور \vec{P} مانند شکل در فاصله d به موازات یک صفحه رسانای نامتناهی قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در نقطه مشاهده دور ($d \ll r$) چه تابعیتی از r (فاصله این نقطه تا صفحه) نشان می دهد؟ (۷۹)

تقریب ۱م قطب

$\frac{1}{r^3}$ (۴) $\frac{1}{r^{5/2}}$ (۳) $\frac{1}{r^{3/2}}$ (۲) $\frac{1}{r^2}$ (۱)

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{in}$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\epsilon \pi \epsilon_0 b v_0}{\epsilon} = 2\pi b v_0$$

در شکل مقابل، حلقه‌ای از بارهای الکتریکی به شعاع R و چگالی خطی ثابت λ در مرکز یک پوسته کروی رسانا قرار گرفته است. مرکز پوسته نقطه $(0, 0, 0)$ بوده و پوسته به پتانسیل V_0 نسبت به نقطه‌ای در بینهایت متصل است. شار $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ که عبوری از صفحه $x=0$ از چپ به راست کدام است؟ (۸۰)

$2\pi b V_0 + \frac{\lambda \pi R}{\epsilon_0}$ (۲) ✗ $2\pi b V_0$ (۱)
 $4\pi b V_0$ (۴) $\pi b V_0 + \frac{\lambda \pi R}{2\epsilon_0}$ (۳) ✗

بار q با سرعت بسیار کم v_0 در امتداد یکی از شعاعهای یک کره رسانا، به آن نزدیک می شود. کره با سیم بسیار نازکی به پتانسیل صفر متصل است. اگر قبل از حرکت، فاصله q با مرکز کره D بوده باشد و شعاع کره R فرض شود، جریان $i(t)$ قبل از رسیدن q به کره کدام است؟ (۸۰)

$$i_{L,0} = -\frac{R}{d} q = q'$$

$$= -\frac{R}{D - v_0 t} q$$

$$= \frac{-R v_0 q}{(D - v_0 t)^2}$$

کره رسانا به شعاع R

$i(t) = ?$

$i = \frac{dq'}{dt}$

$\frac{Rq}{(D - v_0 t)}$ (۲) ✗ $\frac{Rq v_0}{(D - v_0 t)^2}$ (۱) ✗
 $-\frac{Rq}{(D - v_0 t)^2}$ (۴) $-\frac{Rq v_0}{(D - v_0 t)^3}$ (۳)

بررسی سواات گنگور ساهای گزشته

پاسخ هوشمندانه

طبق قضیه هم پهنی: $v=10$

سواات گنگور ساهای گزشته

در فضای خالی همانند شکل، دو پوسته کروی رسانا در مجاورت یکدیگر قرار گرفته اند. هرگاه در مرکز پوسته اول بار نقطه ای q قرار داده شود، پتانسیل پوسته دوم نسبت به نقطه ای در بینهایت به 10 ولت می رسد. اگر این بار از مرکز پوسته اول به مرکز پوسته دوم منتقل شود، پتانسیل پوسته اول نسبت به نقطه ای در بینهایت چند ولت خواهد شد؟ (۸۰)

$10 \cdot \frac{d}{b}$ (۴) $10 \cdot \frac{D}{bd}$ (۳) $10 \cdot \frac{b}{d}$ (۲) 10 (۱)

$$E = \frac{P_1 a h}{2 \epsilon_0 (a^2 + h^2)^{3/2}} (-\hat{z}) \rightarrow \frac{P_1}{\epsilon_0}$$

حلقه ای به شعاع a با چگالی بار خطی P_L به موازت صفحه هادی زمین شده $z=0$ و با فاصله h از آن قرار گرفته است. چگالی بار الکتریکی سطحی در نقطه O درست در زیر مرکز دایره، با کدام گزینه برابر است؟ (۸۱)

$$\vec{E} = \frac{P_L}{\epsilon_0} \hat{n}$$

$\frac{h^2 P_L}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$ (۱) ~~X~~
 $-\frac{a^2 P_L}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$ (۲) ~~X~~
 $\frac{a^2 h P_L}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$ (۳) ~~X~~
 $-\frac{a h P_L}{(a^2 + h^2)^{3/2}}$ (۴)

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\lambda}{2}$$

نیم فضای $z \leq 0$ رسانای کامل است. یک بار رشته ای با چگالی خطی یکنواخت λ (C/m) موازی با صفحه xoy و به فاصله یک متری از آن و در صفحه xoz واقع است. مقدار بار القاء شده در صفحه در فاصله نوری شکل $|y| \leq 1$ و بر واحد طول آن چند کولمب است؟ (۸۱)

$-\frac{\lambda}{\pi}$ (۲) $-\frac{\lambda}{2}$ (۳) $-\frac{2\lambda}{\pi}$ (۴) $-\frac{\lambda}{4}$ (۱)

$$V_A = \frac{q}{\epsilon \pi \epsilon_0 d}$$

بار q در داخل پوسته ای هادی به شعاع a و در فاصله b از مرکز آن قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در فاصله d ($d > a$) از مرکز کره و در همان جهت بار q (نقطه A) چقدر است؟ (۸۱)

$V_A = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 a}$ (۱)
 $V_A = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 d}$ (۲) ✓
 $V_A = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 (d - a)}$ (۳)
 $V_A = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 (d - b)}$ (۴)

بررسی سوالات گنگور سلهای گذشته

پایخ هوشمندانه

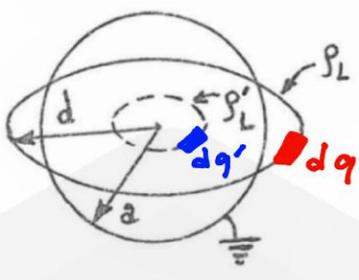
$$dq' = -\frac{a}{d} dq$$

$$\rho'_L \left(\frac{a^r}{d}\right) d\phi = -\frac{a}{d} \rho_L d\phi$$

$$\rho'_L = -\frac{d}{a} \rho_L$$

سوالات گنگور سلهای گذشته

یک حلقه با چگالی بار خطی یکنواخت ρ_L به شعاع d هم مرکز با کره هادی به شعاع a ($d > a$) می باشد و کره در پتانسیل صفر قرار دارد، چگالی بار خطی حلقه تصویر ρ'_L چقدر است؟ (۸۲)



(۲) $-\rho_L$

(۱) $-\frac{d}{a} \rho_L$

(۳) $-\frac{a}{d} \rho_L$

(۴) $-\frac{a^2}{d^2} \rho_L$

کره

$$-\frac{Q}{4\pi a^2} = -\frac{q}{r^2}$$


$$\vec{F} = \frac{q \left(-\frac{q}{r^2}\right)}{4\pi\epsilon_0 \left(2a - \frac{a}{r}\right)^2} = \frac{-q^2}{18\pi\epsilon_0 a^2}$$

بار نقطه‌ای q به فاصله $2a$ از مرکز یک کره رسانای زمین شده به شعاع a قرار گرفته است. نیروی وارد بر کره از طرف بار q برابر است با: (۸۳)

(۱) $\frac{-q^2}{9\pi\epsilon_0 a^2}$

(۲) $\frac{-q^2}{36\pi\epsilon_0 a^2}$

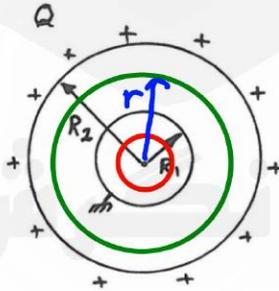
(۳) $\frac{-2q^2}{9\pi\epsilon_0 a^2}$

(۴) $\frac{-q^2}{18\pi\epsilon_0 a^2}$

$$Q' = -\frac{R_1}{R_2} Q$$

$$E = \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

در فضای خالی بار Q به طور یکنواخت بر روی کره‌ای به شعاع R_2 پخش شده است. این کره، کره رسانائی به شعاع R_1 که زمین شده است را احاطه می کند. میدان الکتریکی در فضای بین دو کره برابر است با: (۸۴)



(۱) $E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{R_2}{R_1}$

(۲) $E_r = \frac{\left[1 - \frac{R_1}{R_2}\right] Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

(۳) $E_r = -\frac{R_1}{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

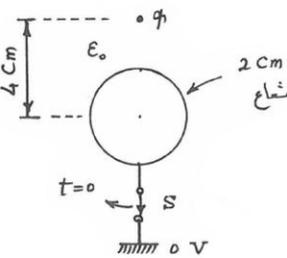
(۴) $E_r = \frac{\left[1 - \frac{R_1}{R_2}\right] Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$$q' = -\frac{R}{d} q = -\frac{2}{5} (2 \times 10^{-9})$$

$$V = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 (2 \times 10^{-2})} = \frac{9 \times 10^9 q'}{(2 \times 10^{-2})}$$

$$= -\frac{q}{5} \times 10^5 = -280$$

کره رسانایی از طریق کلید S به زمین ایده آل با پتانسیل صفر ولت متصل شده است. بار نقطه‌ای $q = 2nC$ در مجاورت این کره در محل نشان داده شده در شکل قرار گرفته است. کلید S در زمان $t=0$ باز می شود و سپس بار نقطه‌ای q به آرامی به بینهایت منتقل می گردد. پتانسیل کره پس از این فرآیند چند ولت خواهد بود؟ ($\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \frac{F}{m}$) (۸۴)



(۱) -225

(۲) -450

(۳) -900

(۴) $-2,25 \times 10^2$

بررسی سوالات گنگور ساهی گذشته

پاسخ هوشمندانه

$$-\frac{r}{r} = -\frac{b-a}{b} r$$

$$1 - \frac{a}{b} = \frac{r}{b} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

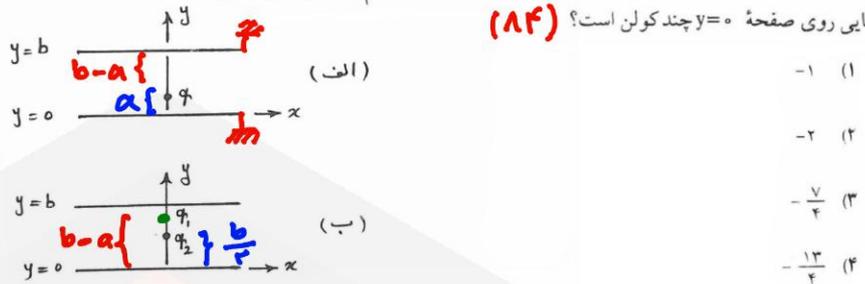
$$q' = -\frac{a}{b} q_1 + \left[-\frac{b}{r} q_2\right]$$

$$q' = -\frac{1}{2}(-2) - \frac{5}{r} = \frac{1}{r} - \frac{5}{r}$$

$$= -\frac{4}{r}$$

سوالات گنگور ساهی گذشته

دو صفحه رسانای موازی و نامتناهی که به پتانسیل صفر ولت متصل شده‌اند، همانند شکل مفروض‌اند. در شکل (الف) بار $q=2C$ در نقطه $(x, y, z) = (0, a, 0)$ قرار گرفته است و کل بار القاء شده روی صفحه $y=0$ برابر $-\frac{3}{4}C$ می‌باشد. اگر نظیر شکل (ب) بار نقطه‌ای $q_1=3C$ و $q_2=5C$ به ترتیب در نقاط $(0, \frac{b}{4}, 0)$ و $(0, b-a, 0)$ قرار گیرند، کل بار القایی روی صفحه $y=0$ چند کولن است؟ (۱۴)



میزان $\frac{a}{r}$ $q' = -\frac{Q}{r}$

$q'' = \frac{2Q}{r}$

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(2a)^2} \hat{x} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(a-\frac{a}{r})^2} \hat{x}$

$\vec{F} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{(2a)^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{(a-\frac{a}{r})^2} \right) \hat{x}$

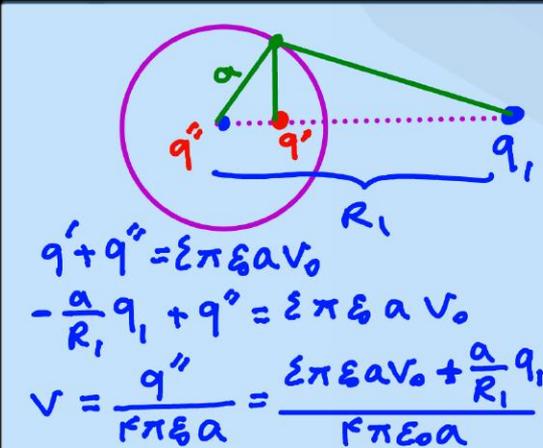
به یک کره رسانا به شعاع a بار Q را اعمال می‌کنیم. یک بار نقطه‌ای Q دیگر را به فاصله $2a$ از مرکز کره رسانا در نظر می‌گیریم. اندازه نیروی وارد بر این بار نقطه‌ای برابر است با:

(۱۵)

$q' + q'' = Q$ $18 = 2^2 \times 2$

$-\frac{Q}{r} + q'' = Q$ $22 = 2^5$

$\frac{43Q^2}{288\pi\epsilon_0 a^2}$ (۴) $\frac{11Q^2}{288\pi\epsilon_0 a^2}$ (۳) ✓ $\frac{17Q^2}{144\pi\epsilon_0 a^2}$ (۲) $\frac{Q^2}{144\pi\epsilon_0 a^2}$ (۱)



کره‌ای به شعاع a از جنس رسانا با پتانسیل V_0 در فضا وجود دارد. این کره ایزوله است. حال بار مثبت $+q_1$ را در فاصله $R_1 (> a)$ از مرکز کره قرار می‌دهیم.

پتانسیل کره چقدر خواهد شد؟ (۱۶)

$V = \epsilon_0 \pi a V_0$

$V_0 + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$ (۲) ✓

$q_1 + \frac{a}{R_1} q_1$ (۴)

$V = V_0 + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1}$

$V_0 + \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$ (۱)

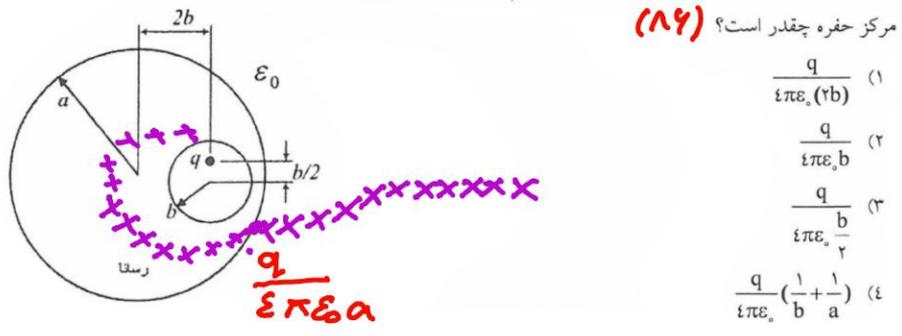
$q_1 - \frac{a}{R_1} q_1$ (۳)

$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$ (۵)

$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{(-q)}{4\pi\epsilon_0 b} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (\frac{b}{2})}$

$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$

کره‌ای ایزوله به شعاع a از جنس رسانا با کروی به شعاع b مطابق شکل مفروض است. بار نقطه‌ای q در فاصله $\frac{b}{2}$ از مرکز حفره قرار داده‌ایم. پتانسیل در مرکز حفره چقدر است؟ (۱۶)



بررسی سواات گنگور ساهای گزشته

پاسخ هوشمندان

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a}$$

سواات گنگور ساهای گزشته

در مجموعه شکل زیر، کره رسانای مرکزی توسط یک سیم بسیار نازک به پوسته رسانای کروی متصل شده است. بار نقطه‌ای 1 C در فاصله $\frac{r}{2}a$ از کره مرکزی قرار دارد. در عین حال 1 C بار دیگر به پوسته کروی اعمال می‌شود، پتانسیل کره مرکزی کدام است؟ (۸۲)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$V = \frac{1}{16\pi\epsilon_0 a}$$

$$V = \frac{11}{48\pi\epsilon_0 a}$$

(۱) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a}$

(۲) $\frac{1}{8\pi\epsilon_0 a}$

(۳) $\frac{1}{16\pi\epsilon_0 a}$

(۴) $\frac{11}{48\pi\epsilon_0 a}$

$q' = -\frac{1}{2}q_1$

$$q'' = 4\pi\epsilon_0 a V_0 + \frac{1}{2}q_1$$

$$\frac{1}{2}q_1 \times q_1 = \frac{q_1 [\frac{1}{2} \times 10^{-9} a V_0 + \frac{1}{2} q_1]}{4\pi\epsilon_0 (\frac{3a}{2})^2}$$

$$(\frac{2}{7\epsilon} - \frac{1}{2V}) q_1 = \frac{1}{11} \times 10^{-9} a V_0$$

$$V_0 = \frac{11 \times 10^{-9}}{74 a} q_1$$

کره‌ای به شعاع a از جنس رسانا با پتانسیل V_0 در فضای آزاد مفروض است. این کره ایزوله است. حال بار مثبت $+q_1$ را به فاصله $\frac{3}{2}a$ از مرکز این کره قرار می‌دهیم به طوری که کل نیروی اعمالی بر آن صفر شود. مقدار پتانسیل V_0 چقدر بوده است؟ (۸۷)

$q' + q'' = Q_0$

$$(\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \frac{F}{m})$$

$$V_0 = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 a}$$

$$Q_0 = 4\pi\epsilon_0 a V_0$$

(۱) $\frac{74 \times 10^{-9}}{51 a} q_1$

(۲) $\frac{51 \times 10^{-9}}{74 a} q_1$

(۳) $\frac{q_1 + \frac{1}{3}q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$

(۴) $\frac{q_1 - \frac{1}{3}q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$

(۱) $\frac{74 \times 10^{-9}}{51 a} q_1$

(۲) $\frac{51 \times 10^{-9}}{74 a} q_1$

(۳) $\frac{q_1 + \frac{1}{3}q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$

(۴) $\frac{q_1 - \frac{1}{3}q_1}{4\pi\epsilon_0 a}$

$E = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r < \frac{a}{2} \\ \frac{1}{\epsilon_0 r^2} & r > \frac{a}{2} \end{cases}$

$$W = \frac{1}{2} \iiint \epsilon_0 |\vec{E}|^2 dV$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{a}{2}} \epsilon_0 (\frac{1}{4\pi r^2})^2 \epsilon \pi r^2 dr + \frac{1}{2} \int_{\frac{a}{2}}^{\infty} \epsilon_0 (\frac{1}{\epsilon r^2})^2 \epsilon \pi r^2 dr$$

هم مرکز با یک کره رسانا با بار اولیه صفر به شعاع 1 m یک حفره مکعبی شکل به ضلع 80 cm ایجاد می‌گردد. یک لایه عایقی یکنواخت به ضخامت 20 cm و قابلیت گذردهی نسبی $\epsilon_r = 2$ نیز روی سطح خارجی کره هادی را پوشانیده است. یک حلقه بار به شعاع 25 cm و با چگالی خطی غیریکنواخت $\rho_L = \epsilon_0 \sin^2 \varphi (\frac{C}{m})$ در مرکز حفره مکعبی قرار داده می‌شود. (φ متغیر زاویه در دستگاه استوانه‌ای است). مقدار انرژی الکتریکی ذخیره شده در فضای بیرون از کره هادی کدام است؟ (۸۷)

$$W = \int \rho_L (\frac{1}{\epsilon} d\varphi) = \epsilon_0 \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi = \pi \epsilon_0$$

(۱) $\frac{\pi \epsilon_0}{8}$

(۲) $\frac{11\pi \epsilon_0}{96}$

(۳) $\frac{11\pi \epsilon_0}{6}$

(۴) $\frac{11 \epsilon_0}{384}$

(۱) $\frac{\pi \epsilon_0}{8}$

(۲) $\frac{11\pi \epsilon_0}{96}$

(۳) $\frac{11\pi \epsilon_0}{6}$

(۴) $\frac{11 \epsilon_0}{384}$

$F_{q_1, q_2} = 0$

$$F_{q_1, q_2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 (\frac{b}{2})^2} = \frac{q_1 q_2}{\pi\epsilon_0 b^2}$$

داخل کره‌ای به شعاع a از جنس رسانا دو حفره به شعاع‌های یکسان مطابق شکل مفروض است. بارهای q_1 و q_2 را داخل حفره اول و بار q_3 را در مرکز حفره دوم قرار می‌دهیم. الف) اندازه نیروی اعمالی q_1 بر q_2 و ب) اندازه نیروی اعمالی q_1 بر q_3 چقدر است؟ (۸۷)

(۱) الف) $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 (b/2)^2}$ ب) $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 (b/2)^2}$

(۲) الف) $\frac{q_1 q_2}{\pi\epsilon_0 b^2}$ ب) $\frac{q_1 q_2}{\pi\epsilon_0 b^2}$

(۱) الف) $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 (b/2)^2}$ ب) $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 (b/2)^2}$

(۲) الف) $\frac{q_1 q_2}{\pi\epsilon_0 b^2}$ ب) $\frac{q_1 q_2}{\pi\epsilon_0 b^2}$

بررسی سوالات گنگور ساهای گذشته

پایخ هوشمندانه

بار نقطه‌ای q به فاصله d از یک صفحه رسانای نامحدود با پتانسیل صفر قرار گرفته است. اندازه میدان الکتریکی در نقطه A به فاصله h بالای صفحه در مقایسه با میدان نقطه B در فاصله h از پای عمود در صفحه افقی برابر است با: (۸۷)

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{r^2} [\sqrt{2} \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}]$$

$A \rightarrow r=h, \theta=0 \Rightarrow E_A = \sqrt{2} E_B$
 $B \rightarrow r=h, \theta=\frac{\pi}{4} \Rightarrow E_B = \sqrt{2} E_A$

سوالات گنگور ساهای گذشته

بار الکتریکی Q در بالای صفحه‌ی هادی بی‌نهایت به فاصله d از آن قرار گرفته است. فرض کنید نقطه O در صفحه‌ی هادی در محل کوتاه‌ترین فاصله نسبت به بار باشد. به مرکز O دایره‌ای در صفحه‌ی هادی ترسیم می‌کنیم. اگر شعاع دایره a باشد، مطلوب است محاسبه a به قسمی که داخل این دایره یک چهارم کل بار القایی صفحه‌ی هادی بی‌نهایت وجود داشته باشد. (۸۸)

$E_B = E_A$ (۱)
 $E_A = \sqrt{2} E_B$ (۲)
 $E_A = \sqrt{2} E_B$ (۳)
 $E_B = \sqrt{2} E_A$ (۴)

بار الکتریکی Q در بالای صفحه‌ی هادی بی‌نهایت به فاصله d از آن قرار گرفته است. فرض کنید نقطه O در صفحه‌ی هادی در محل کوتاه‌ترین فاصله نسبت به بار باشد. به مرکز O دایره‌ای در صفحه‌ی هادی ترسیم می‌کنیم. اگر شعاع دایره a باشد، مطلوب است محاسبه a به قسمی که داخل این دایره یک چهارم کل بار القایی صفحه‌ی هادی بی‌نهایت وجود داشته باشد. (۸۸)

$$-q \left[1 - \frac{d}{\sqrt{a^2 + d^2}} \right] = -\frac{q}{4}$$

در داخل دایره

$$1 - \frac{d}{\sqrt{a^2 + d^2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} d$$

پوسته کروی توخالی از ماده‌ای رسانا بدون بار اولیه به شعاع a هم مرکز با مبدأ مختصات که زمین نشده است، مفروض است. بار مثبت q_1 خارج کره در فاصله R_1 از مرکز کره روی محور x ها قرار دارد. بار منفی q_2 داخل کره با قدر مطلق $\frac{a}{R_1} q_1$ در فاصله $\frac{a'}{R_1} = R_1$ از مرکز روی محور x های مثبت قرار دارد. پتانسیل خارج پوسته‌ی کروی در نقطه-ای به فاصله x از مرکز پوسته چقدر است؟ (۸۸)

بار مثبت q_1 خارج کره در فاصله R_1 از مرکز روی محور x ها قرار دارد. بار منفی q_2 داخل کره با قدر مطلق $\frac{a}{R_1} q_1$ در فاصله $\frac{a'}{R_1} = R_1$ از مرکز روی محور x های مثبت قرار دارد. پتانسیل خارج پوسته‌ی کروی در نقطه-ای به فاصله x از مرکز پوسته چقدر است؟ (۸۸)

$\frac{\sqrt{3}}{3} d$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3} d$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3} d$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3} d$ (۱)

پوسته کروی توخالی از ماده‌ای رسانا بدون بار اولیه به شعاع a هم مرکز با مبدأ مختصات که زمین نشده است، مفروض است. بار مثبت q_1 خارج کره در فاصله R_1 از مرکز کره روی محور x ها قرار دارد. بار منفی q_2 داخل کره با قدر مطلق $\frac{a}{R_1} q_1$ در فاصله $\frac{a'}{R_1} = R_1$ از مرکز روی محور x های مثبت قرار دارد. پتانسیل خارج پوسته‌ی کروی در نقطه-ای به فاصله x از مرکز پوسته چقدر است؟ (۸۸)

بار مثبت q_1 خارج کره در فاصله R_1 از مرکز روی محور x ها قرار دارد. بار منفی q_2 داخل کره با قدر مطلق $\frac{a}{R_1} q_1$ در فاصله $\frac{a'}{R_1} = R_1$ از مرکز روی محور x های مثبت قرار دارد. پتانسیل خارج پوسته‌ی کروی در نقطه-ای به فاصله x از مرکز پوسته چقدر است؟ (۸۸)

$q' = -\frac{a}{R_1} q_1 = q_2$
 $q'' = 0$
 $v = \frac{q_1}{\epsilon_0 \pi a |x - R_1|} + \frac{q_2}{\epsilon_0 \pi a |x - R_1|}$

بار مثبت q_1 خارج کره در فاصله R_1 از مرکز روی محور x ها قرار دارد. بار منفی q_2 داخل کره با قدر مطلق $\frac{a}{R_1} q_1$ در فاصله $\frac{a'}{R_1} = R_1$ از مرکز روی محور x های مثبت قرار دارد. پتانسیل خارج پوسته‌ی کروی در نقطه-ای به فاصله x از مرکز پوسته چقدر است؟ (۸۸)

بار مثبت q_1 خارج کره در فاصله R_1 از مرکز روی محور x ها قرار دارد. بار منفی q_2 داخل کره با قدر مطلق $\frac{a}{R_1} q_1$ در فاصله $\frac{a'}{R_1} = R_1$ از مرکز روی محور x های مثبت قرار دارد. پتانسیل خارج پوسته‌ی کروی در نقطه-ای به فاصله x از مرکز پوسته چقدر است؟ (۸۸)

$Q = -\frac{a}{R_1} q_1$
 $q' + q'' = Q$

$\frac{1}{\epsilon_0 \pi a} \left\{ \frac{q_1}{|x - R_1|} - \frac{q_2}{|x - R_1|} \right\}$ (۲) $\frac{1}{\epsilon_0 \pi a} \left\{ \frac{q_1}{|x - R_1|} \right\}$ (۱)
 $\frac{1}{\epsilon_0 \pi a} \left\{ \frac{q_1}{|x - R_1|} - \frac{q_2}{|x - R_1|} + \frac{q_2}{|x|} \right\}$ (۴) $\frac{1}{\epsilon_0 \pi a} \left\{ \frac{q_1}{|x - R_1|} + \frac{q_2}{|x - R_1|} \right\}$ (۳)

مطابق شکل دو بار نقطه‌ای q و $-q$ در فاصله a از دو صفحه رسانای موازی و نامحدود که فاصله آنها از یکدیگر b می‌باشد قرار دارند. اندازه بار کل القاء شده روی هر یک از دو صفحه رسانا کدام است؟ (۹۱)

مطابق شکل دو بار نقطه‌ای q و $-q$ در فاصله a از دو صفحه رسانای موازی و نامحدود که فاصله آنها از یکدیگر b می‌باشد قرار دارند. اندازه بار کل القاء شده روی هر یک از دو صفحه رسانا کدام است؟ (۹۱)

$q' = -\frac{b-a}{b} q + \left[-\frac{a}{b} (-q) \right]$
 $q' = \frac{2a-b}{b} q$
 $q'' = \frac{b-2a}{b} q$

مطابق شکل دو بار نقطه‌ای q و $-q$ در فاصله a از دو صفحه رسانای موازی و نامحدود که فاصله آنها از یکدیگر b می‌باشد قرار دارند. اندازه بار کل القاء شده روی هر یک از دو صفحه رسانا کدام است؟ (۹۱)

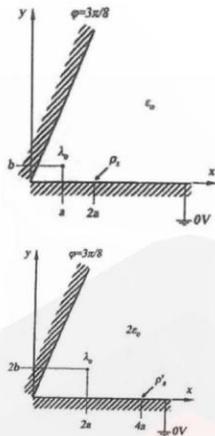
مطابق شکل دو بار نقطه‌ای q و $-q$ در فاصله a از دو صفحه رسانای موازی و نامحدود که فاصله آنها از یکدیگر b می‌باشد قرار دارند. اندازه بار کل القاء شده روی هر یک از دو صفحه رسانا کدام است؟ (۹۱)

$\frac{2b-a}{2a} q$ (۲) ~~X~~ $\frac{b-2a}{2a} q$ (۱) ~~X~~
 $\frac{b-a}{b} q$ (۴) $\frac{b-2a}{b} q$ (۳) ~~X~~

بررسی سواات گنگور ساهی گزشته

پاسخ هوشمندانه

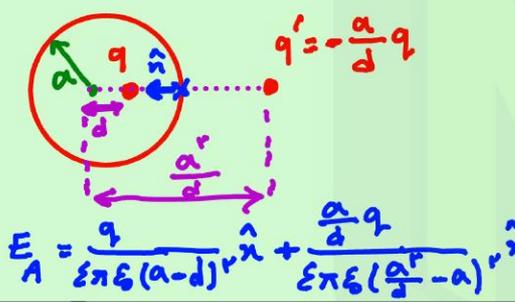
$$\left. \begin{aligned} \rho'_s &\propto \frac{\lambda_0}{r\pi(r)} \\ \rho_s &\propto \frac{\lambda_0}{r\pi(r)} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\rho_s}{\rho'_s} = 2$$



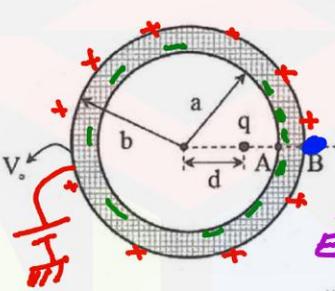
دو مسأله شکل زیر را در نظر بگیرید. در هر دو مسأله صفحات $\phi = 0$ و صفحات رسانای زمین شده (با پتانسیل صفر ولت) هستند. در مسأله اول یک بار خطی یکنواخت با چگالی ثابت λ_0 به موازات محور Z از نقطه $(x,y) = (a,b)$ و در مسأله دوم همین توزیع بار خطی از نقطه $(x,y) = (2a,2b)$ می‌گذرد. اگر در مسأله اول ρ_s چگالی بار سطحی القاء شده روی صفحه رسانا در محل $(x,y,z) = (2a,0,0)$ و در مسأله دوم ρ'_s چگالی بار سطحی القاء شده روی صفحه رسانا در محل $(x,y,z) = (4a,0,0)$ باشد، آنگاه نسبت ρ_s/ρ'_s کدام است؟ دقت شود که ضریب گذردهی در مسأله دوم دو برابر این ضریب در مسأله اول فرض می‌شود.

$$\vec{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{n} \quad (91) \quad \rho_s \propto D \propto \frac{\lambda_0}{r\pi r}$$

$$\rho_s = \frac{\epsilon\pi\epsilon_0 b V_0}{\epsilon\pi b^2} = \frac{\epsilon_0 V_0}{b}$$



$$\vec{E}_A = \frac{q}{\epsilon\pi\epsilon_0(a-d)^2} \hat{r} + \frac{\frac{a}{d}q}{\epsilon\pi\epsilon_0(\frac{a^2}{d}-a)} \hat{r}$$



یک پوسته رسانای کروی به شعاع داخلی a و خارجی b، مطابق شکل، در پتانسیل V_0 نگهداشته شده است. بار نقطه‌ای q در فاصله d ($d < a$) از مرکز پیوسته‌های کروی واقع است. چگالی بار سطحی در نقاط A و B به ترتیب کدام است؟ (92)

$$\vec{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} \hat{n}$$

$$\begin{aligned} (1) & \frac{\epsilon_0 V_0}{a+b}, \frac{-q}{\epsilon\pi b(b-d)} \\ (2) & \frac{\epsilon_0 V_0}{a+b}, \frac{-q(a+d)}{\epsilon\pi a(a-d)} \\ (3) & \frac{\epsilon_0 V_0}{a+b}, \frac{-q(b+d)}{\epsilon\pi b(b-d)} \end{aligned}$$

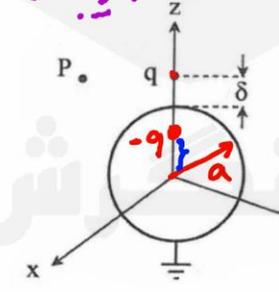
$$\vec{E} = \frac{|\vec{P}|}{\epsilon\pi\epsilon_0 r^2} [P \cos\theta \hat{r} + \sin\theta \hat{\theta}]$$

$$\hat{r} = \sin\theta \cos\varphi \hat{x} + \sin\theta \sin\varphi \hat{y} + \cos\theta \hat{z}$$

$$\hat{\theta} = \cos\theta \cos\varphi \hat{x} + \cos\theta \sin\varphi \hat{y} - \sin\theta \hat{z}$$

$$|\vec{P}| = q(r\delta)$$

مطابق شکل، بار نقطه‌ای q [C] در فاصله ناچیز δ بالای یک کره هادی به شعاع a زمین شده، قرار دارد. با فرض اینکه $a \ll 1 \text{ m}$ ، $\delta \ll a$ باشد، میدان الکتریکی در نقطه P با مختصات $r=1 \text{ m}$ ، $\theta=60^\circ$ ، $\phi=0$ کدام است؟ (93)



$$q' = -\frac{a}{a+\delta} q \approx -q$$

$$d' = \frac{a^2}{a+\delta} = a \left[\frac{1-\frac{\delta}{a}}{1+\frac{\delta}{a}} \right] \approx a - \delta$$

$$\begin{aligned} (1) & \frac{q\delta}{4\pi\epsilon_0} [3\sqrt{3}\hat{a}_x + (\sqrt{3}-1)\hat{a}_z] \\ (2) & \frac{q\delta}{4\pi\epsilon_0} [3\sqrt{3}\hat{a}_x - \hat{a}_z] \\ (3) & \frac{q\delta}{16\pi\epsilon_0} [3\sqrt{3}\hat{a}_x + (\sqrt{3}-1)\hat{a}_z] \\ (4) & \frac{q\delta}{16\pi\epsilon_0} [(2\sqrt{3}+1)\hat{a}_x + (\sqrt{3}-1)\hat{a}_z] \end{aligned}$$

$$V = \int \frac{\rho d\tau}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{a\epsilon_0}{r} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\theta d\varphi}{\sqrt{a^2-\rho^2}} = \frac{a\pi}{r}$$

$$W = \frac{1}{2} \int \rho_s V ds = \frac{a\pi}{2} \int \rho_s ds = \frac{a\pi}{2} (2\pi a^2 \epsilon_0) = \pi^2 \epsilon_0 a^3$$

چگالی سطحی بار روی یک دیسک هادی نازک به شعاع a که باردار شده به صورت $\rho_s = \frac{a\epsilon_0}{\sqrt{a^2-\rho^2}}$ می‌باشد. (p فاصله از مرکز دیسک است).

$$\int \frac{a\epsilon_0}{\sqrt{a^2-\rho^2}} \rho d\rho d\varphi$$

انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی اطراف دیسک چقدر است؟ (94)



$$= 2\pi a \epsilon_0 [-\sqrt{a^2-\rho^2}]_0^a$$

$$\begin{aligned} (1) & \frac{\pi^2}{4} \epsilon_0 a^2 \\ (2) & \frac{\pi^2}{2} \epsilon_0 a^2 \\ (3) & \pi^2 \epsilon_0 a^2 \end{aligned}$$

بررسی سوالات گنگورسهای گذشته

پاسخ هوشمندانه

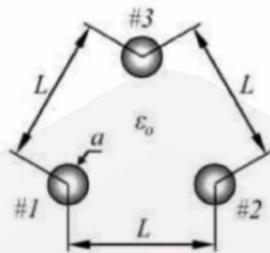
$$q_1 = -\frac{ra}{L} q$$

$$q_2 = -\frac{a}{L} q + \left[-\frac{a}{L} \left(-\frac{ra}{L} q \right) \right]$$

$$q_3 = -\frac{a}{L} q_1 + \left[-\frac{a}{L} q_2 \right]$$

سوالات گنگورسهای گذشته

سه کره رسانای مجزا (ایزوله) هر یک به شعاع a و بار اولیه q در سه گوشه یک مثلث متساوی الاضلاع با ضلع L قرار گرفته‌اند. ابتدا کره اول را به زمین متصل می‌کنیم تا این مجموعه به حالت تعادل الکترواستاتیک برسد و پس از آن این کره را از زمین قطع می‌کنیم. سپس همین کار را برای کره‌های دوم و سوم تکرار می‌کنیم. بار نهایی روی کره سوم کدام است؟ فرض کنید $L \gg a$ باشد. (۹۴)



$$q_1 = -2$$

$$q_2 = -1 + 2 = 1$$

$$q_3 = 2 + (-1) = 1$$

- $q \frac{a}{L} (3 - 2 \frac{a}{L})$ (۱) ✗
- $q \frac{a}{L} (2 - 2 \frac{a}{L})$ (۲) ✗
- $q \frac{a^2}{L^2} (3 - 2 \frac{a}{L})$ (۳) ✓
- $q \frac{a^2}{L^2} (2 - 2 \frac{a}{L})$ (۴) ✗

$$q' = -\frac{a}{d} q$$

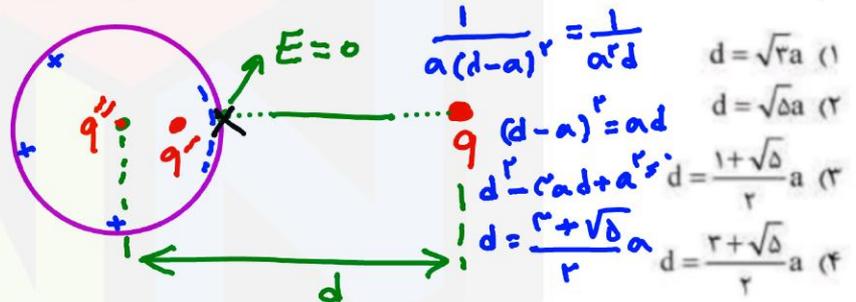


$$q'' = q + \frac{a}{d} q$$

$$\frac{kq}{(d-a)^2} + \frac{k(\frac{a}{d}q)}{(a-\frac{a}{d})^2} = \frac{k(q + \frac{a}{d}q)}{a^2}$$

$$\frac{1}{(d-a)^2} + \frac{d}{a(d-a)^2} = \frac{d+a}{da^2}$$

یک کره رسانای مجزا (ایزوله) به شعاع a و بار q (با فرض $q > 0$) مغزوف است. اگر یک بار نقطه‌ای به همان مقدار q را از نزدیکی سطح کره رسانا به تدریج دور کنیم، این بار نقطه‌ای باید حداقل در چه فاصله‌ای از مرکز کره رسانا قرار گیرد، تا جگالی بارهای سطحی روی کره رسانا در همه جا مثبت شود؟ (۹۴)



$$\frac{1}{a(d-a)^2} = \frac{1}{a^2 d}$$

$$d = \sqrt{ra} \quad (1)$$

$$d = \sqrt{da} \quad (2)$$

$$d = \frac{1 + \sqrt{d}}{2} a \quad (3)$$

$$d = \frac{2 + \sqrt{d}}{2} a \quad (4)$$

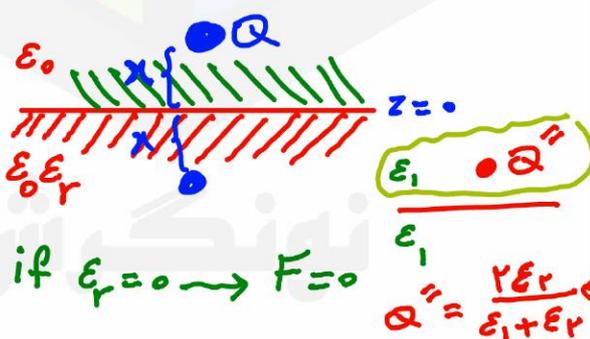
$$\epsilon_1 \quad Q$$

$$\epsilon_2$$

$$\epsilon_r$$

$$Q' = -\frac{\epsilon_r - \epsilon_1}{\epsilon_r + \epsilon_1} Q$$

بار نقطه‌ای Q در خلأ به فاصله x از یک محیط نیمه بینهایت دی‌الکتریک با ثابت نسبی ϵ_r قرار گرفته است. سطح دی‌الکتریک در صفحه $z=0$ و بار روی محور z می‌باشد. نیروی وارد بر بار Q ، کدام است؟ (۹۵)

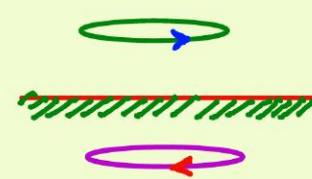


$$F_z = \frac{(1 + \epsilon_r) Q^2}{16\pi(1 - \epsilon_r)\epsilon_0 x^2} \quad (1) \text{ ✗}$$

$$F_z = \frac{(1 - \epsilon_r) Q^2}{16\pi(1 + \epsilon_r)\epsilon_0 x^2} \quad (2) \text{ ✓}$$

$$F_z = \frac{(1 - \epsilon_r) Q^2}{4\pi(1 + \epsilon_r)\epsilon_0 x^2} \quad (3)$$

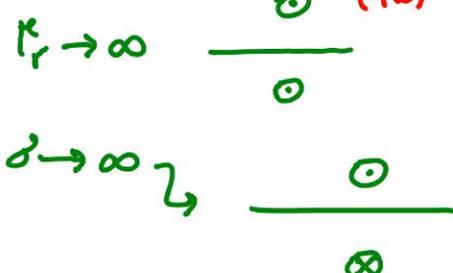
$$F_z = \frac{(1 + \epsilon_r) Q^2}{4\pi(1 - \epsilon_r)\epsilon_0 x^2} \quad (4) \text{ ✗}$$



$$F = \frac{\mu_0 I I}{2\pi(2a)} (2\pi a) = \frac{\mu_0 I^2 a}{2x}$$

$$\frac{\mu_0 I^2 a}{2x} = mg \rightarrow x = \frac{\mu_0 I^2 a}{2mg}$$

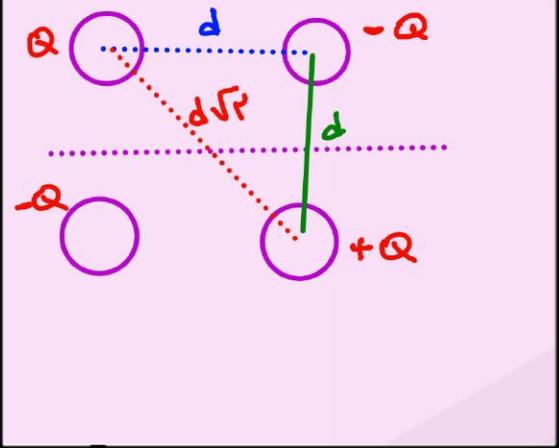
حلقه سیمی با شعاع a و جرم m جریان I را حمل می‌کند. محور حلقه عمود بر یک صفحه هادی کامل و ارتفاع آن از صفحه $x \ll a$ می‌باشد. نیروی وارد بر کل حلقه کدام است؟ و با تساوی این نیرو با وزن حلقه، ارتفاع تعادل حلقه از صفحه هادی کامل (x) ، با کدام رابطه تعیین می‌شود؟ (۹۵)



- $x = \frac{\mu_0 I^2 a}{2mg}$ (۱)
- $x = \frac{2\mu_0 I^2 a}{mg}$ (۲)
- $x = \frac{4\mu_0 I^2 a}{mg}$ (۳)
- $x = \frac{\mu_0 I^2 a}{4mg}$ (۴)

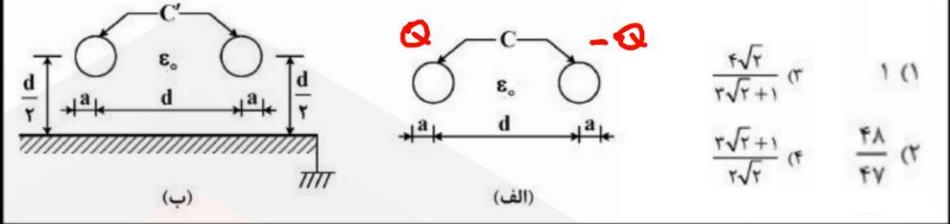
بررسی سوالات گنگور ساهای گذشته

پایخ هوشمندان



سوالات گنگور ساهای گذشته

فاصله مراکز دو کره رسانا که شعاع هر یک از آنها a است (شکل الف)، برابر d می‌باشد. وقتی فضای اطراف این دو کره خلأ باشد، ظرفیت الکتریکی بین آن‌ها C است. اگر یک صفحه رسانای زمین شده با سطح بی‌نهایت (شکل ب) در کنار این دو کره قرار داده شود، مقدار ظرفیت بین دو کره برابر C' خواهد شد. چنانچه $\frac{d}{a} = 5$ باشد، (یعنی بتوان به‌طور تقریبی توزیع بار روی کره‌ها را یکنواخت فرض کرد) آنگاه نسبت $\frac{C'}{C}$ کدام است؟ (۹۶)



$$V_+ = \frac{Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 a} + \left[\frac{-Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 d} \right] + \frac{Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 d\sqrt{2}}$$

$$V_- = \frac{-Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 a} + \left[\frac{Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 d} \right] + \frac{(-Q)}{\epsilon\pi\epsilon_0 d\sqrt{2}}$$

$$V_+ - V_- = \frac{Q}{\epsilon\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{d} + \frac{1}{d\sqrt{2}} \right]$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_+ - V_-}$$

$$\left. \begin{aligned} V_+ &= \frac{Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 a} + \frac{(-Q)}{\epsilon\pi\epsilon_0 d} \\ V_- &= \frac{-Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 a} + \frac{Q}{\epsilon\pi\epsilon_0 d} \end{aligned} \right\} V_+ - V_- = \frac{Q}{\epsilon\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{d} \right)$$

$$C = \frac{\epsilon\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{d}}$$

$$C' = \frac{Q}{V_+ - V_-} = \frac{\epsilon\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{d} + \frac{1}{d\sqrt{2}}}$$

$$\frac{C'}{C} = \frac{\epsilon\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$$

نونگارش