$\sqrt{a^2+u^2}$ $u=a\tan\theta$ $\sqrt{\quad}=$, $dx=$

$\int \sqrt{x^2+a^2}\,dx$

$\int \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x}\,dx$

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\,dx$

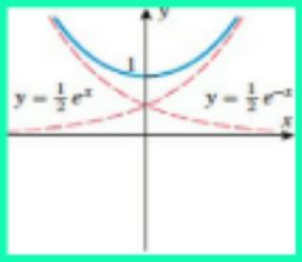
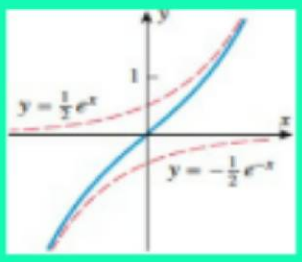
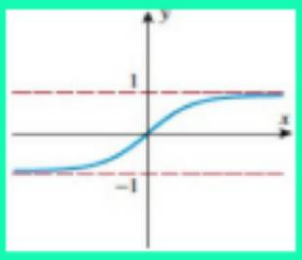
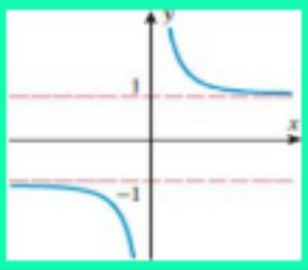
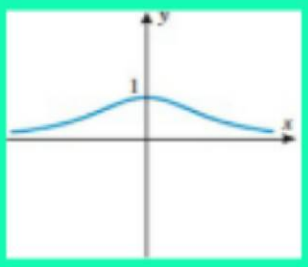
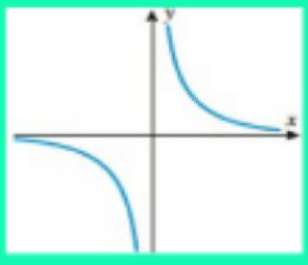
$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}\,dx$

$\int \frac{1}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx$

$\int \frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\,dx$

$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2+a^2}}\,dx$

توابع هیپربولیکی

$\cosh x = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$		D_f : R_f :
$\sinh x =$ _____		D_f : R_f :
$\tanh x =$ _____		D_f : R_f :
$\coth x =$ _____		D_f : R_f :
$\operatorname{sech} x =$ _____		D_f : R_f :
$\operatorname{csch} x =$ _____		D_f : R_f :

(MBA) ۹۲ سراسری

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{2}e^x \sinh x - 1}{\frac{1}{2}e^x \sinh x + 1}\right)^{2\cosh x - 2\frac{1}{2}e^x} = ?$$

$$\lim_{u\to 0}(1+au)^{\frac{b}{u}} = e^{ab}$$

$$\lim_{u\to\infty}\left(1+\frac{a}{u}\right)^{bu} = e^{ab}$$

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

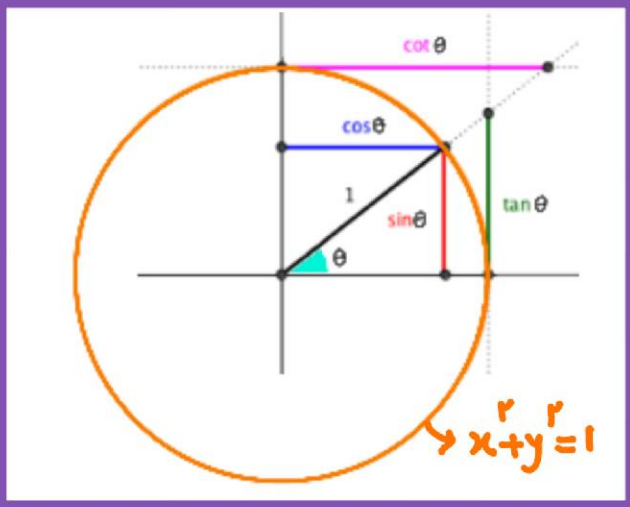
$$x\to\infty \rightsquigarrow \sinh x \simeq \frac{1}{2}e^x$$

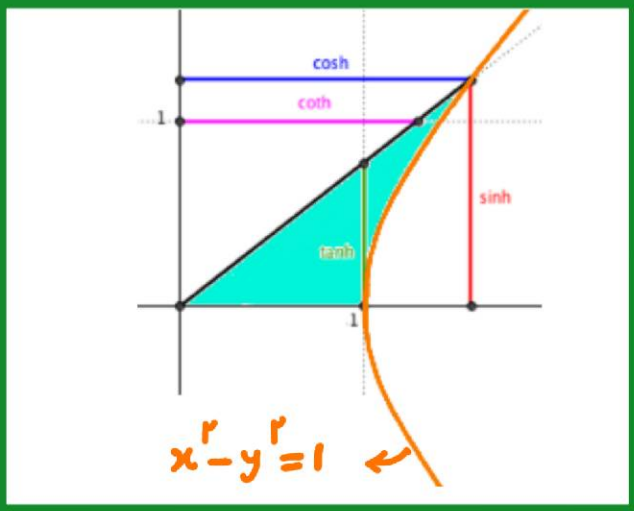
$$x\to\infty \rightsquigarrow \cosh x \simeq \frac{1}{2}e^x$$

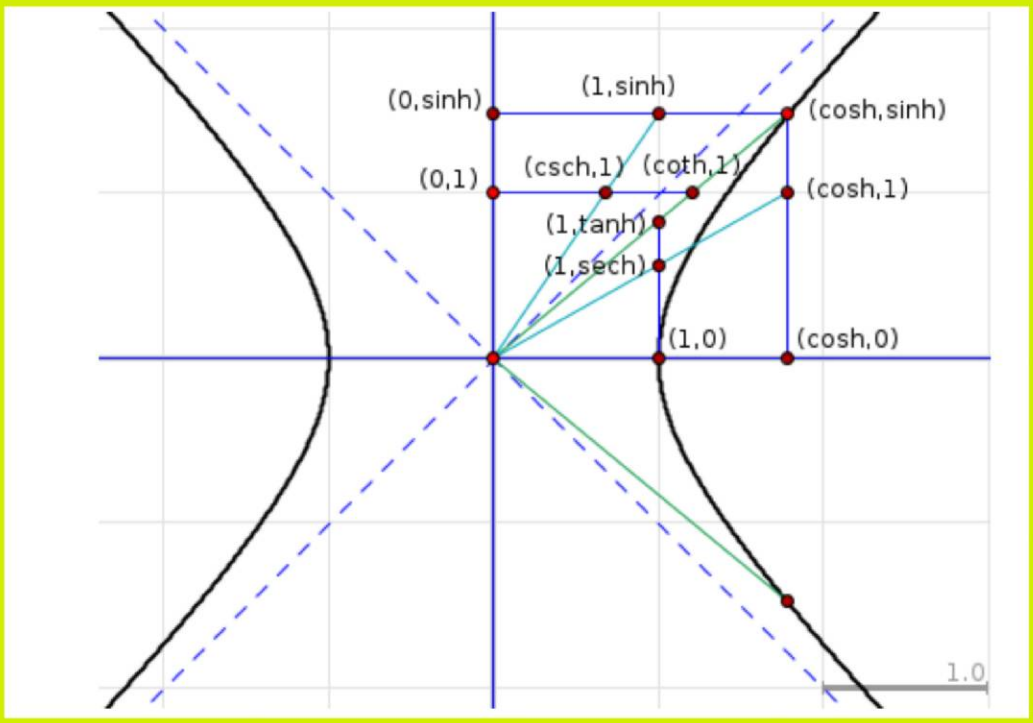
$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{2}e^x - 1}{\frac{1}{2}e^x + 1}\right)^{2\left(\frac{1}{2e^x}\right)} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{2}e^x + 1 - 2}{\frac{1}{2}e^x + 1}\right)^{\frac{1}{e^x}}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(1 - \frac{2}{\frac{1}{2}e^x + 1}\right)^{\frac{1}{e^x}} = \lim_{x\to+\infty}\left(1 + \frac{(-2)}{e^x}\right)^{\frac{1}{u}} = e^{-2}$$

$u = \frac{1}{e^x}$







$$Sin(z)=\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} \longrightarrow Sin(iz)=$$

$$Cos(z)=\text{\_\_\_\_\_} \longrightarrow Cos(iz)=$$

Sinh(z)=

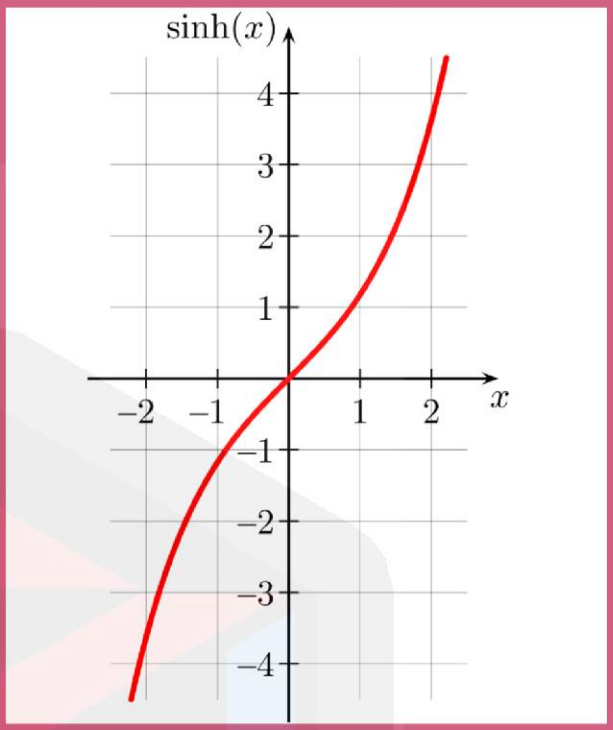
Cosh(z)=

اتحادهای مثلثاتی	اتحادهای هیپربولیکی
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	
$\sec^2 x =$	$\operatorname{sech}^2 x =$
$\csc^2 x =$	$\operatorname{csch}^2 x =$
$\sin(x+y) =$	$\sinh(x+y) =$
$\cos(x+y) =$	$\cosh(x+y) =$
$\tan(x+y) =$	$\tanh(x+y) =$
$\sin(2x) =$	$\sinh(2x) =$
$\cos(2x) =$	$\cosh(2x) =$
$\tan(2x) =$	$\tanh(2x) =$

اتحادهای مثلثاتی	اتحادهای هیپربولیکی
$\sin(3x) =$	$\sinh(3x) =$
$\cos(3x) =$	$\cosh(3x) =$
$\tan(3x) =$	$\tanh(3x) =$
$\sin x + \sin y =$	$\sinh(x) + \sinh(y) =$
$\cos x + \cos y =$	$\cosh(x) + \cosh(y) =$
$\cos x - \cos y =$	$\cosh(x) - \cosh(y) =$
$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sin x}{\sqrt{2(1+\cos x)}}$	$\sinh\left(\frac{x}{2}\right) =$
$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$	$\cosh\left(\frac{x}{2}\right) =$
$\tan\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sin x}{1+\cos x}$	$\tanh\left(\frac{x}{2}\right) =$

ویژگیهای مهم تابع Sinh

نوع تقارن :



$$Sinh(-x) =$$

$$x \to +\infty \Longrightarrow Sinh(x) \sim$$

$$x \to -\infty \Longrightarrow Sinh(x) \sim$$

$$\frac{d^{2k}}{dx^{2k}}\{Sinh(ax)\} =$$

$$\int_{-a}^{a} Sinh(x)\,dx =$$

$$\frac{d}{dz}\{Sinh(z)\} =$$

$$Sinh z = z + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^5}{5!} +$$

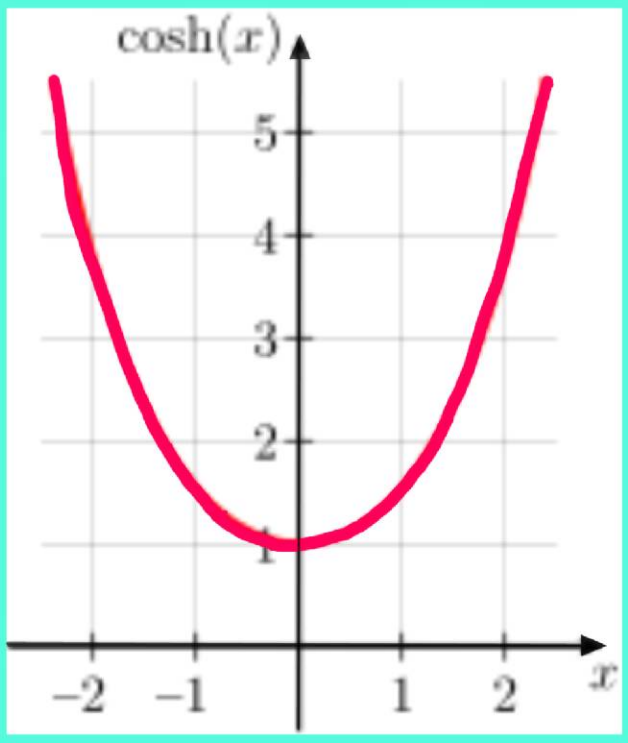
$$Sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

$$\int Sinh(z)\,dz =$$

$$Sinh(z) = 0 \Longrightarrow$$

ویژگی های مهم تابع Cosh

نوع تقارن :



$\cosh(-x) =$

$x \to +\infty \Longrightarrow \cosh(x) \sim$

$x \to -\infty \Longrightarrow \cosh(x) \sim$

$\frac{d^{2k}}{dx^{2k}}\{\cosh(ax)\} =$

$\frac{d^{2k+1}}{dx^{2k+1}}\{\cosh(ax)\} =$

$\frac{d}{dz}\{\cosh(z)\} =$

$\cosh(z) = 1 + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^4}{4!} +$

$\cosh(z) = \frac{e^{z} + e^{-z}}{2}$

$\int \cosh(z)\,dz =$

$\cosh(z) = 0 \Longrightarrow$

ویژگی‌های هم تابع tanh

نوع تقارن :

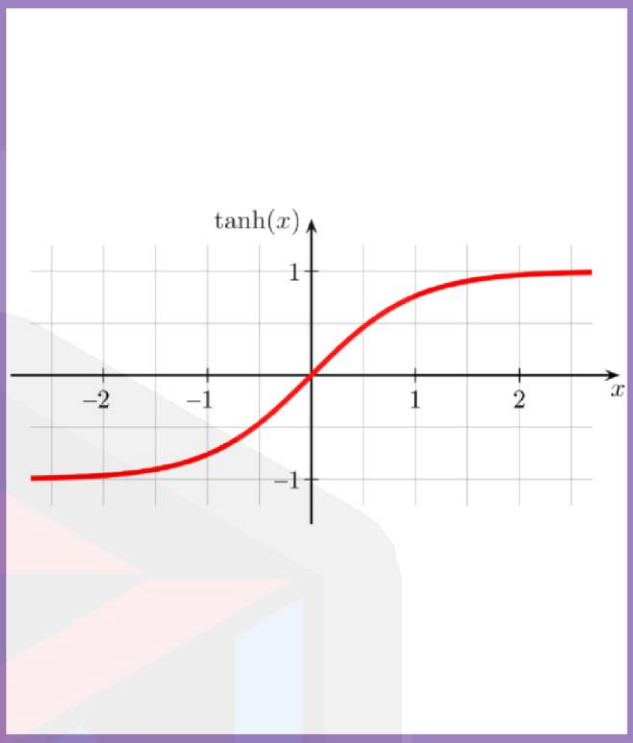
$\tanh(-x) =$

$x \to +\infty \Longrightarrow \tanh(x) \sim$

$x \to -\infty \Longrightarrow \tanh(x) \sim$

$\int_{-a}^{a} \tanh(x)\,dx =$

$\lfloor \tanh(x) \rfloor = \begin{cases} \end{cases}$



$\frac{d}{dz}\{\tanh(z)\} =$

$\tanh(z) =$

$\tanh(z) = \frac{\sinh(z)}{\cosh(z)} =$ _____

$\tanh(z) = 0 \longrightarrow$

$\int \tanh(z)\,dz =$

$\int \tanh^{2}(ax)\,dx =$

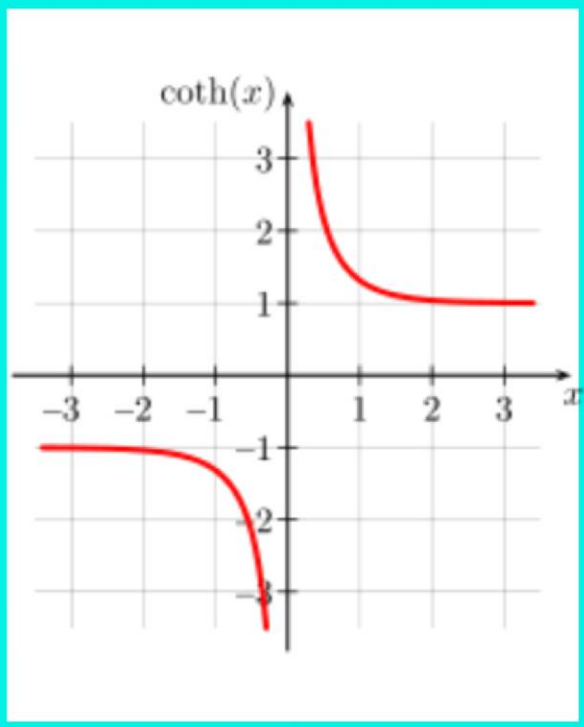
$\int \tanh^{n}(ax)\,dx =$

ویژگی های مهم تابع Coth

نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع :

برد تابع :



$\coth(x)+x=0 \longrightarrow$

$\coth(x)-\sin x=0 \longrightarrow$

$\int_{-a}^{a} \coth(x)\,dx =$

$\frac{d}{dz}\{\coth(z)\} =$

$\coth(z)=\frac{\cosh(z)}{\sinh(z)} =$

$\coth(z)=0 \longrightarrow$

$\int \coth(z)\,dz =$

$\int \coth^{2}(ax)\,dx =$

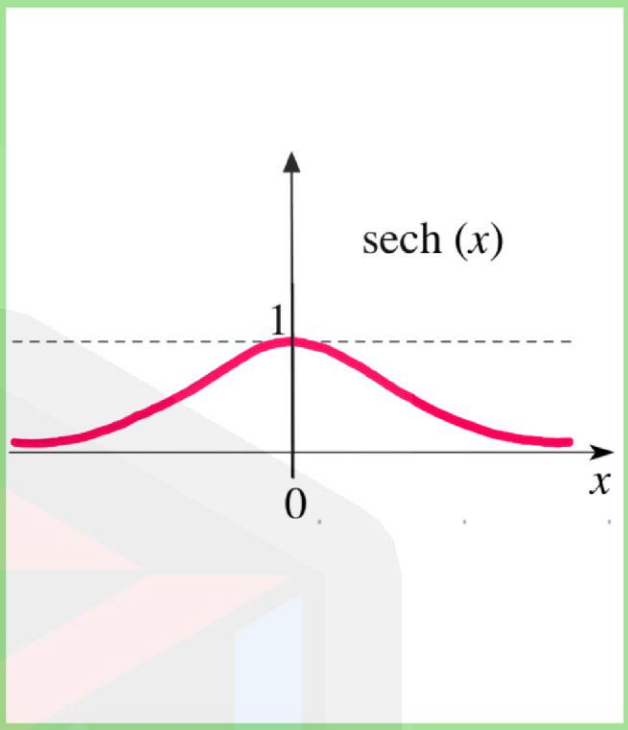
$\int \coth^{n}(ax)\,dx =$

ویژگیهای مهم تابع Sech

نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع :

برد تابع :



$Sech(x) - Lnx = 0 \Longrightarrow$

$Sech(x) + Sinh(x) = 0 \Longrightarrow$

$\int_0^a Sech(x)\,dx <$

$\frac{d}{dz}\{Sech(z)\} =$

$Sech(z) =$

$Sech(z) = \frac{1}{Cosh(z)} =$ ———

$\int Sech(z)\,dz =$

$\int Sech^2(z)\,dz =$

نونگرش

ویژگیهای مهم تابع csch

نوع تقارن :

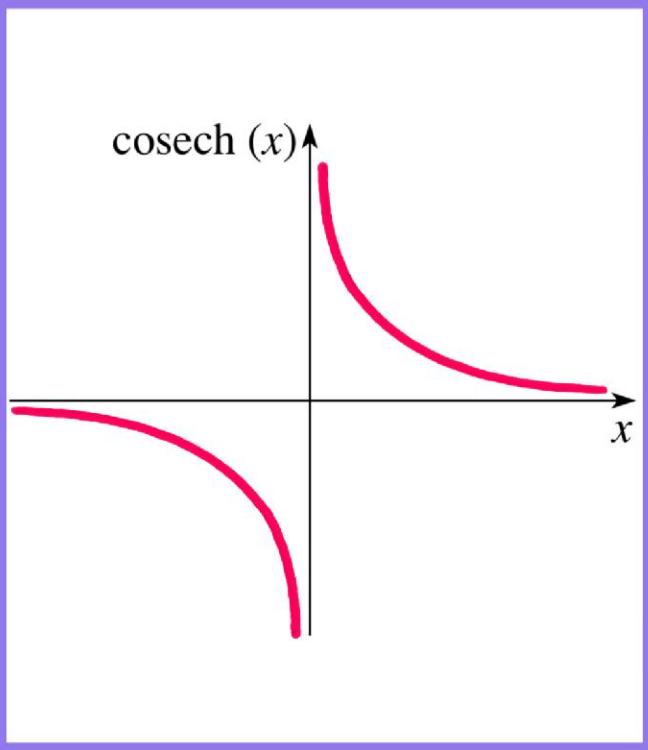
دامنه تعریف تابع :

برد تابع :

$csch(x)+Sinh(x)=0 \longrightarrow$

$csch(x)-Ln(x)=0 \longrightarrow$

$\int_{-a}^{a} csch(x)dx =$



$\frac{d}{dz}\{csch(z)\} =$

$csch(z) =$

$csch(z) = \frac{1}{Sinh(z)} = \text{———}$

$\int csch(z)\,dz =$

$\int csch^{2}(z)dz =$

$$\ln(x) = \tanh^{-1}(\quad) = \sinh^{-1}(\quad) = \pm\cosh^{-1}(\quad)$$

$$\tanh^{-1}(x) = \coth^{-1}(\quad) = \sinh^{-1}(\quad) = \pm\cosh^{-1}(\quad)$$

$$\sinh^{-1}(x) = \operatorname{csch}^{-1}(\quad) = \tanh^{-1}(\quad) = \pm\cosh^{-1}(\quad)$$

$$\cosh^{-1}(x) = \operatorname{sech}^{-1}(\quad) = |\sinh^{-1}(\quad)| = |\tanh^{-1}(\quad)|$$

$$\sinh(\cosh^{-1}x) = \quad |x|>1$$

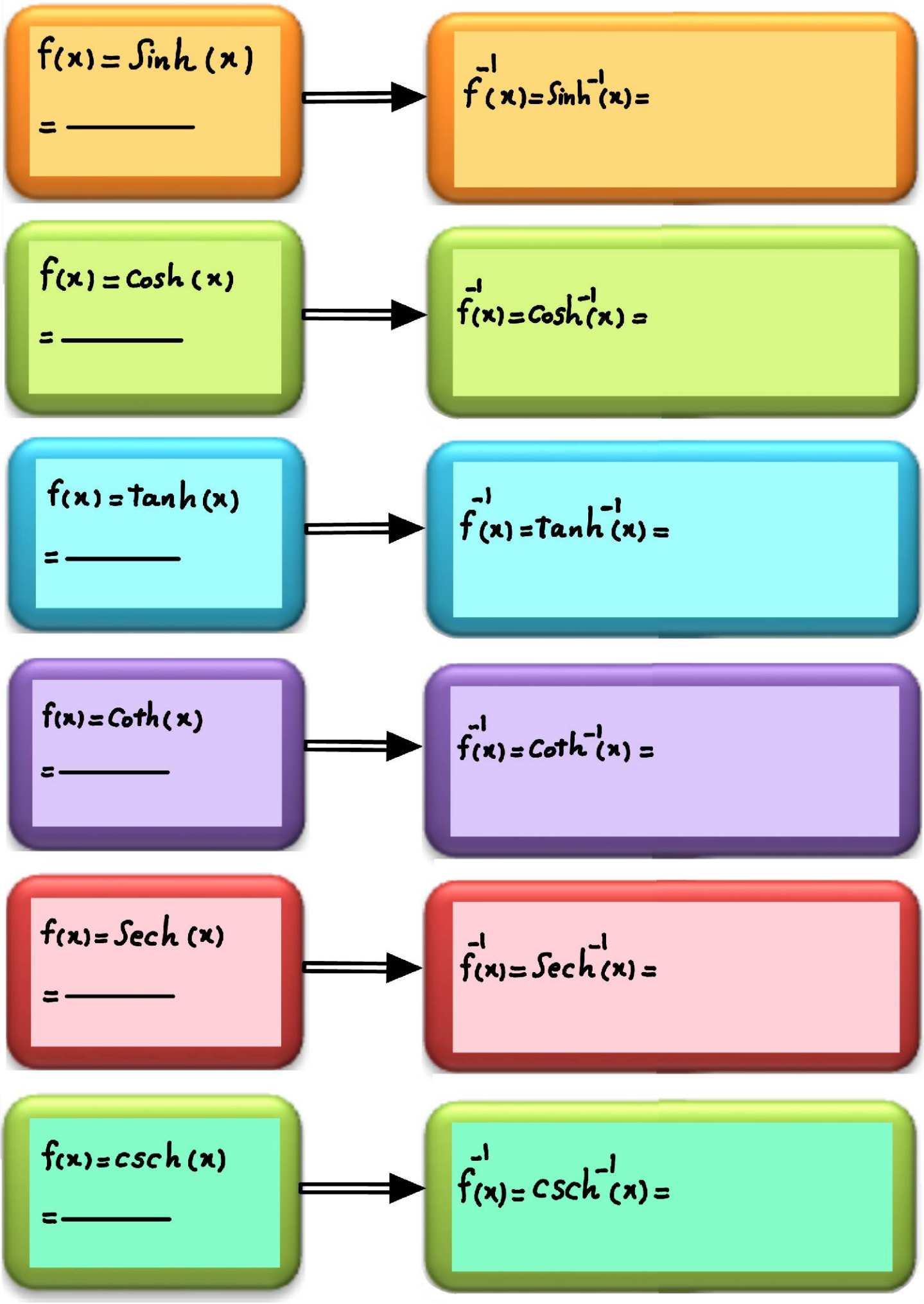
$$\sinh(\tanh^{-1}x) = \quad -1<x<1$$

$$\cosh(\sinh^{-1}x) =$$

$$\cosh(\tanh^{-1}x) = \quad -1<x<1$$

$$\tanh(\sinh^{-1}x) =$$

$$\tanh(\cosh^{-1}x) = \quad |x|>1$$


$f(x)=\sinh(x)$
$=$ _____
$f^{-1}(x)=\sinh^{-1}(x)=$
$f(x)=\cosh(x)$
$=$ _____
$f^{-1}(x)=\cosh^{-1}(x)=$
$f(x)=\tanh(x)$
$=$ _____
$f^{-1}(x)=\tanh^{-1}(x)=$
$f(x)=\coth(x)$
$=$ _____
$f^{-1}(x)=\coth^{-1}(x)=$
$f(x)=\operatorname{sech}(x)$
$=$ _____
$f^{-1}(x)=\operatorname{sech}^{-1}(x)=$
$f(x)=\operatorname{csch}(x)$
$=$ _____
$f^{-1}(x)=\operatorname{csch}^{-1}(x)=$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2+u^2}}\,du \Longrightarrow$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{u^2-a^2}}\,du \Longrightarrow$$

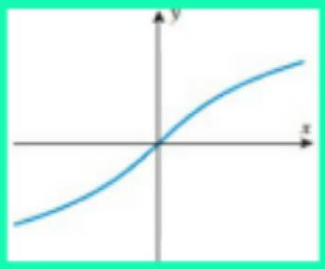
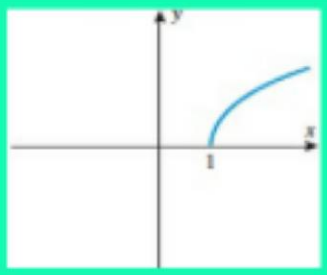
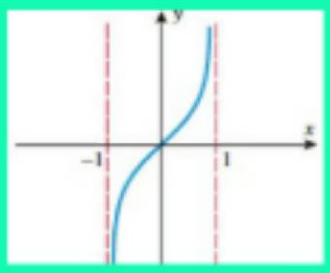
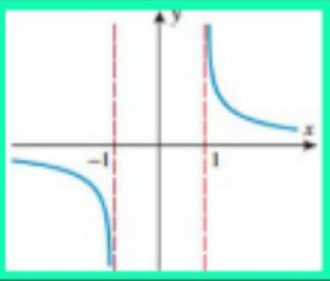
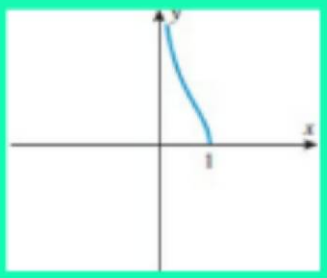
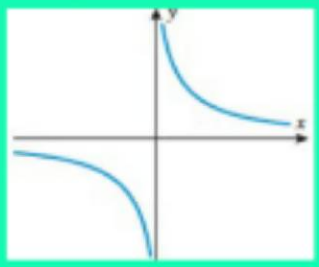
$$\int \frac{1}{a^2-u^2}\,du \Longrightarrow$$

$$\int \frac{1}{a^2-u^2}\,du \Longrightarrow$$

$$\int \frac{1}{u\sqrt{a^2-u^2}}\,du \Longrightarrow$$

$$\int \frac{1}{u\sqrt{a^2+u^2}}\,du \Longrightarrow$$

جدول توابع معکوس هیپربولیکی

$Sinh^{-1}(x)$ $Ln(\quad)$		D_f : R_f :
$Cosh^{-1}(x)$ $Ln(\quad)$		D_f : R_f :
$tanh^{-1}(x)$ $\frac{1}{2}Ln(\quad)$		D_f : R_f :
$coth^{-1}(x)$ $\frac{1}{2}Ln(\quad)$		D_f : R_f :
$Sech^{-1}(x)$ $Ln(\quad)$		D_f : R_f :
$csch^{-1}(x)$ $Ln(\quad)$		D_f : R_f :

ویژگیهای مهم تابع csch^{-1}

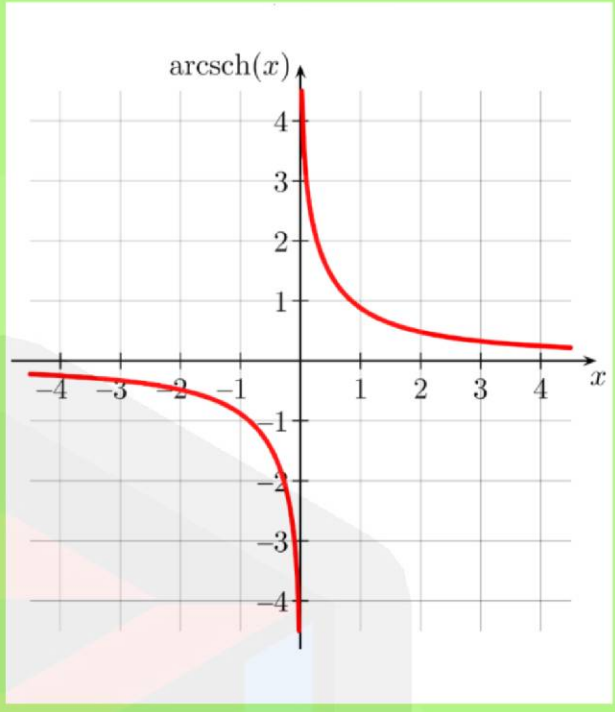
نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع :

برد تابع :

$\operatorname{csch}^{-1}(x) = \operatorname{Sinh}^{-1}(\quad)$

$\operatorname{csch}^{-1}(x) = \operatorname{Ln}(\quad)$



$\frac{d}{dz}\{\operatorname{csch}^{-1}(z)\} =$

$\operatorname{csch}^{-1}(z) = \operatorname{Sinh}^{-1}(\frac{1}{z}) =$ $|z|>1$

$\operatorname{csch}^{-1}(z) =$ $|z|>1$

$\int \operatorname{csch}^{-1}(az)\,dz =$

$\int z \operatorname{csch}^{-1}(az)\,dz =$

ویژگیهای مهم تابع $Sech^{-1}$

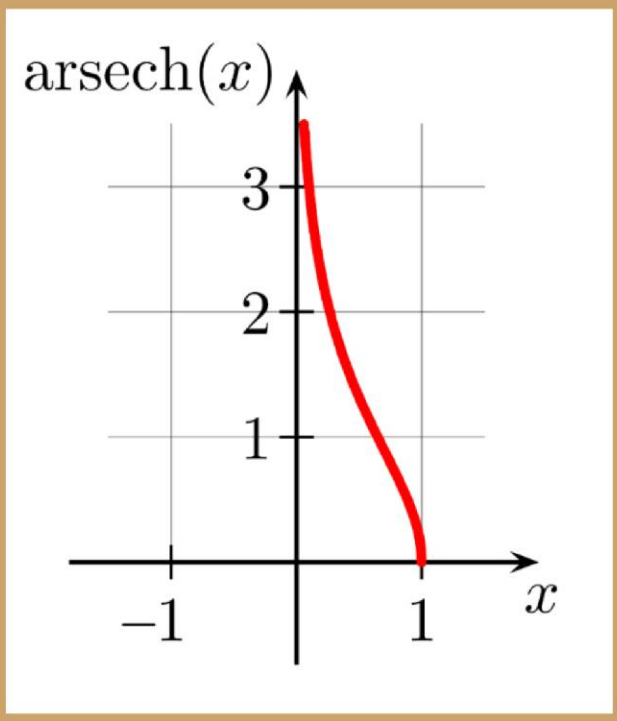
نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع :

برد تابع :

$Sech^{-1}(x) = Cosh^{-1}(\quad)$

$Sech^{-1}(x) = Ln(\quad)$



$\frac{d}{dz}\{Sech^{-1}(z)\} =$

$Sech^{-1}(z) = Cosh^{-1}(\frac{1}{z}) =$ $\quad 0<z\leq 1$

$Sech^{-1}(z) =$ $\quad 0<z\leq 1$

$\int Sech^{-1}(az)dz =$

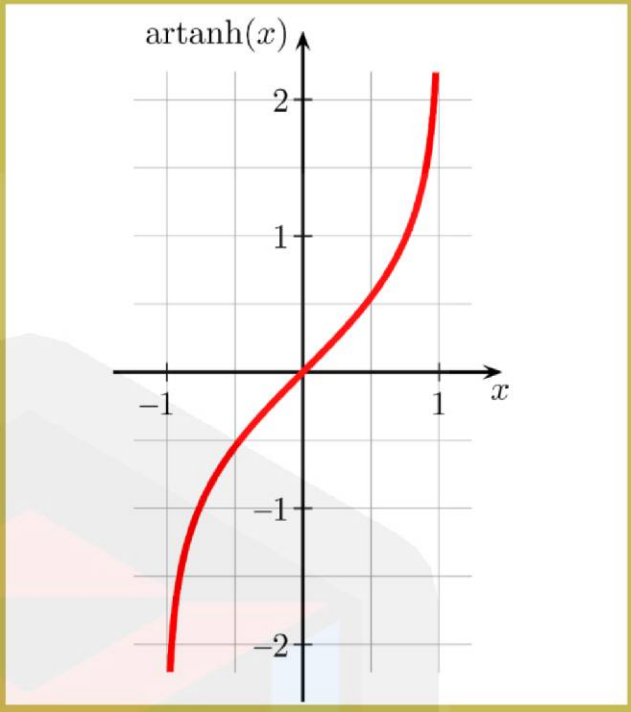
$\int z\,Sech^{-1}(az)dz =$

ویژگیهای مهم تابع $\tanh^{-1}$

نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع :

برد تابع :



$\ln(x) = \tan^{-1}(\quad)$

$\tanh^{-1}(x) = \sinh^{-1}(\quad)$

$\tanh^{-1}(x) = \pm\cosh^{-1}(\quad)$

$$\frac{d}{dz}\{\tanh^{-1}(z)\} =$$

$$\tanh^{-1}(z) = z + \frac{z^3}{3} + \frac{z^5}{5} + \frac{z^7}{7} + \qquad |z|<1$$

$$\tanh^{-1}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \text{———} \qquad |z|<1$$

$$\int \tanh^{-1}(az)\,dz =$$

$$\int z\tanh^{-1}(az)\,dz =$$

وتر گیهای مهم توابع $\coth^{-1}$

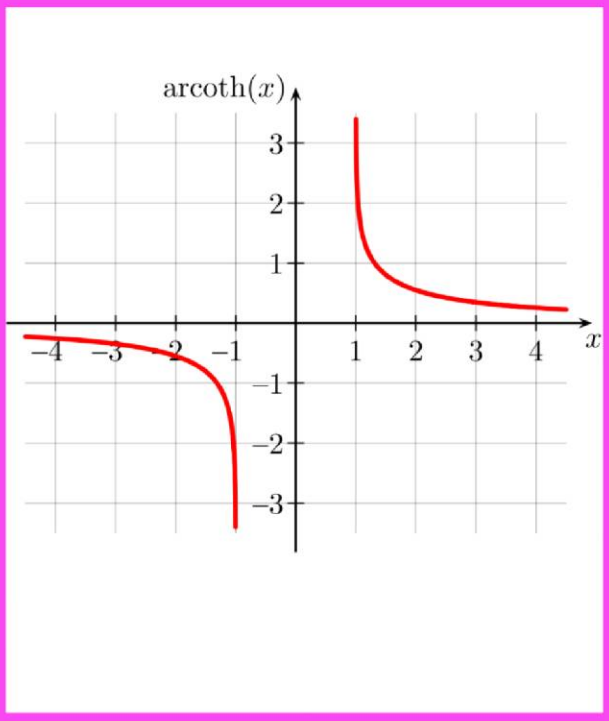
نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع :

برد تابع :

$\coth^{-1}(x)=\frac{1}{2}\ln(\quad)$

$\coth^{-1}(x)=\tanh^{-1}(\quad)$



$\frac{d}{dz}\{\coth^{-1}(z)\}=$

$\coth^{-1}(z)=\tanh^{-1}(\frac{1}{z})=$ $|z|>1$

$\coth^{-1}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}$ ——— $|z|>1$

$\int \coth^{-1}(az)\,dz=$

$\int z\coth^{-1}(az)\,dz=$

$\sinh^{-1}(\tan\alpha)=\tanh^{-1}(\sin\alpha)=\ln(\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha})=\pm\cosh^{-1}(\frac{1}{\cos\alpha})$

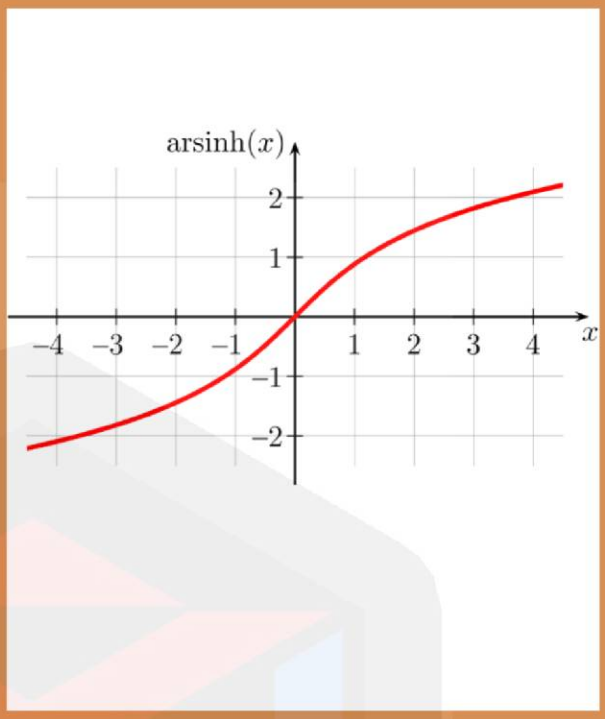
$\ln(|\tan\alpha|)=-\tanh^{-1}(\cos 2\alpha)$

ویژگیهای مهم تابع $\sinh^{-1}$

نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع:

برد تابع :



$\sinh^{-1}(x)=\ln(\quad)$

$\int_{-a}^{a}\ln(x+\sqrt{\quad})\,dx=$

$\ln(x)=\sinh^{-1}(\quad)$

$\frac{d}{dz}\{\sinh^{-1}(z)\}=$

$\sinh^{-1}(z)=z-(\frac{1}{2})\frac{z^3}{3}+(\frac{1\times3}{2\times4})\frac{z^5}{5}-(\frac{1\times3\times5}{2\times4\times6})\frac{z^7}{7}+\cdots$ ✗ $|z|<1$

$\sinh^{-1}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(\quad)\frac{z^{2n+1}}{2n+1}$ $|z|<1$

$\int\sinh(az)\,dz=$

$\int z\sinh^{-1}(az)\,dz=$

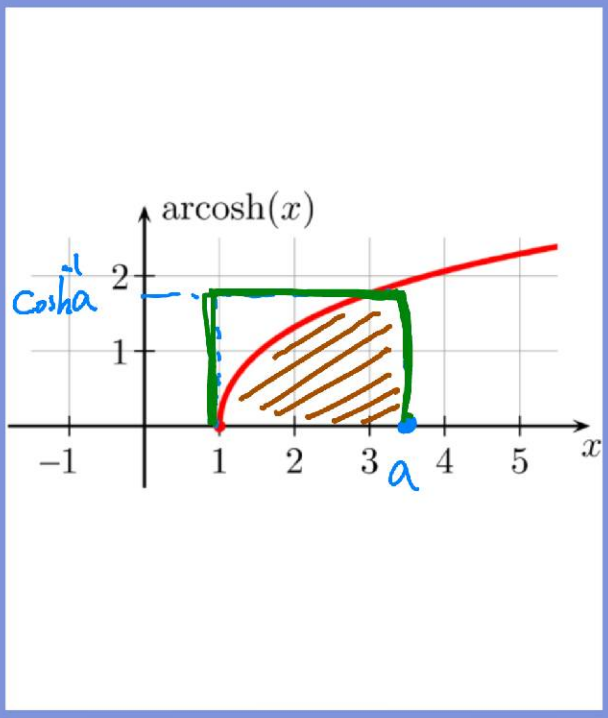
$\sinh^{-1}(\tan\alpha)=$

ویژگی های مهم تابع $\cosh^{-1}$

نوع تقارن :

دامنه تعریف تابع :

برد تابع :



$\cosh^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$

$\ln x = \pm \cosh^{-1}(\quad)$

$\int_1^a \cosh^{-1}(x)\,dx \leq (a-1)\,\text{ch}^{-1}a$

$\frac{d}{dz}\{\cosh^{-1}z\} = \frac{1}{\sqrt{z^2-1}}$

$\cosh^{-1}(z) = \ln(2z) - \left\{\left(\frac{1}{2}\right)\frac{z^{-2}}{2} + \left(\frac{1\times 3}{2\times 4}\right)\frac{z^{-4}}{4} + \left(\frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}\right)\frac{z^{-6}}{6} + \cdots\right\}$

$\cosh^{-1}(z) = \ln(2z) - \sum_{n=0}^{\infty}(\quad\quad)\frac{z^{-2n}}{2n} \qquad z>1$

$\int \cosh^{-1}(az)\,dz =$

$\int z\cosh^{-1}(az)\,dz =$

$\sinh^{-1}x \mp \sinh^{-1}y =$

$\cosh^{-1}x \mp \cosh^{-1}y =$

$\tanh^{-1}x \mp \tanh^{-1}y =$

$\sinh^{-1}x + \cosh^{-1}y =$

$$\sinh(\alpha+\beta)=\sinh\alpha\cosh\beta+\cosh\alpha\sinh\beta$$

$$\alpha+\beta=\sinh^{-1}\{\sinh\alpha\cosh\beta+\cosh\alpha\sinh\beta\}$$

$$\underbrace{\sinh^{-1}x}_{\alpha}+\underbrace{\sinh^{-1}y}_{\beta}=\sinh^{-1}\{x\sqrt{1+y^2}+\sqrt{1+x^2}\,y\}$$

$x=\sinh\alpha$ ⇓ $ch^2-sh^2=1$ ⇓ $ch\alpha=\sqrt{1+x^2}$

$y=\sinh\beta$ ⇓ $ch\beta=\sqrt{1+y^2}$

$$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$$

$\cos\alpha\to ch\alpha$, $\sin\alpha\to ish\alpha$

$$ch^2\alpha-sh^2\alpha=1$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

$$ch(\alpha+\beta)=ch\alpha ch\beta+sh\alpha sh\beta$$

$$\underbrace{\cosh^{-1}x}_{\alpha} + \underbrace{\cosh^{-1}y}_{\beta} = \cosh^{-1}\left\{\underbrace{Ch\alpha}_{x}\underbrace{Ch\beta}_{y} + \underbrace{Sh\alpha}_{\sqrt{x^2-1}}\underbrace{Sh\beta}_{\sqrt{y^2-1}}\right\}$$

$$= ch^{-1}\left(xy + \sqrt{(x^2-1)(y^2-1)}\right)$$

$$Ch\alpha = x \quad Ch\beta = y$$

$$\{ch^2 - sh^2 = 1$$

$$Sh\alpha = \sqrt{x^2-1} \quad Sh\beta = \sqrt{y^2-1}$$

$$\cosh^{-1}2 + \cosh^{-1}2 = \cosh^{-1}5$$ ✗

$$\cosh^{-1}\frac{5}{3} + \cosh^{-1}2 = \cosh^{-1}\left\{\frac{5}{3}\times 2 + \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2-1}\ \sqrt{(2)^2-1}\right\}$$

$$= \cosh^{-1}\left\{\frac{9}{3} + \sqrt{\frac{16}{9}}\right\}$$

$$\underbrace{\cosh^{-1}x}_{\alpha} + \underbrace{\cosh^{-1}y}_{\beta} = \sinh^{-1}\left\{\sqrt{x^2-1}\,y + x\sqrt{y^2-1}\right\}$$ تمرین

$$Sh(\alpha+\beta) = Sh\alpha Ch\beta + Ch\alpha Sh\beta$$

۱۱۹- حد عبارت $\left(\frac{1-\tan x}{\cos^2 x}\right)^{\frac{1}{x}}$، وقتی $x \to 0$، کدام است؟ (حسابداری - ۹۵)

۱) $\frac{1}{e}$
۲) e
۳) $\sqrt{e}$
۴) ۱

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-x}{1}\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$= \lim_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$\cos x \simeq 1 - \frac{x^2}{2}$$

$$\cos^2 x \simeq \left(1-\frac{x^2}{2}\right)^2 \simeq 1 - x^2 + \frac{x^4}{4}$$

۱۲۳- حاصل $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\frac{dx}{x^2}$، کدام است؟ (حسابداری - ۹۵)

۱) $1+\ln\frac{9}{4}$
۲) $-1+\ln\frac{9}{2}$
۳) $-1+\ln\frac{27}{4}$
۴) $2-\ln\frac{9}{4}$

$1+\frac{1}{x} = u$ ، $x=\frac{1}{2} \Rightarrow u=3$ ، $x=1 \Rightarrow u=2$

$-\frac{dx}{x^2} = du$

$$\int \ln u\, du = u\ln u - u$$

$$\int u^2 \ln u\, du = \frac{u^3}{3}\ln u - \frac{u^3}{9}$$

$$\int u \ln u\, du = \frac{u^2}{2}\ln u - \frac{u^2}{4}$$

انتگرال

$$\int_2^3 \ln u\, du = [u\ln u - u]\Big|_2^3 = (3\ln 3 - 3) - (2\ln 2 - 2)$$

$$= \ln 27 - \ln 4 - 1$$

$$= -1 + \ln\frac{27}{4}$$

۱۲۷- مشتق مرتبه دهم تابع $y = \ln(2x-1)$ در نقطه $x = \frac{3}{2}$، کدام است؟ (حسابداری - ۹۵)

۱) $-\frac{1}{2}(9!)$
۲) $2(9!)$
۳) $-9!$
۴) $2(10!)$

$$y = \ln(ax+b) \rightsquigarrow y^{(n)} = (-1)^{n-1}(a)^n(n-1)!(ax+b)^{-n}$$

$n=1 \rightsquigarrow +$
$n=2 \rightsquigarrow -$
$n=3 \rightsquigarrow +$
$n=4 \rightsquigarrow -$

$(-1)^{n-1}$ یا $(-1)^{n+1}$

$$y^{(10)} = -(2)^{10}(9!)(2x-1)^{-10}$$

۱۲۹- اگر $x \geq 0$، $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ باشد، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$، کدام است؟ (حسابداری - ۹۵)

۱) $\ln(x - \sqrt{x^2-1})$
۲) $\ln(x + \sqrt{x^2-1})$
۳) $\ln(x + \sqrt{x^2+1})$
۴) $\ln(-x + \sqrt{x^2+1})$

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x$$

$$f^{-1}(x) = \cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$$

$x \geq 0$
$\checkmark \pm\infty$

۳۶- اگر $A=\int_{5}^{\infty}\frac{dx}{e^{3x}-12e^{x}}$ و $B=\int_{1}^{\infty}\frac{e^{-x}dx}{x}$ باشد، کدام عبارت صحیح است؟ (عمران - ۹۵)

۱) A واگرا و B واگرا است.

۲) A واگرا و B همگرا است.

۳) A همگرا و B همگرا است.

۴) A همگرا و B واگرا است.

۳۴- اگر به ازای $x>0$، $f(x)=\int_{1}^{x}\frac{Lnt}{t+1}dt$ باشد، مقدار $f(x)+f(\frac{1}{x})$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}\left[(\ln x)^2+(\ln(x+1))^2\right]$

۲) $\frac{1}{2}(x+1)\ln x$

۳) $(\ln x)^2$

۴) $\frac{1}{2}(\ln x)^2$

$$f(x)=\int_{1}^{x}\frac{Lnt}{t+1}dt \qquad f(\frac{1}{x})=\int_{1}^{\frac{1}{x}}\frac{Lnt}{t+1}dt$$

$$f(x)+f(\frac{1}{x})=\int_{1}^{x}\frac{Lnt}{t}dt=\frac{1}{2}(Lnt)^2\Big|_{1}^{x}=\frac{1}{2}(Lnx)^2$$

$t\to\frac{1}{u}$, $dt=\frac{-1}{u^2}du$

$$f(\frac{1}{x})=\int_{1}^{x}\frac{-Lnu}{\frac{1}{u}+1}\left(\frac{-du}{u^2}\right)=\int_{1}^{x}\frac{Lnu}{u(u+1)}du=\int_{1}^{x}\frac{Lnu}{u}du-\int_{1}^{x}\frac{Lnu}{1+u}du$$

تجزیه

۵۷- مقدار $\lim_{n\to\infty} \frac{n^{n+\frac{1}{n}}}{(n+2)^n}$ کدام است؟ (فلسفه علم - ۹۵)

۱) e^{-2} ۲) $e^{-\sqrt{2}}$ ۳) e^{2} ۴) $e^{\sqrt{2}}$

$$\lim_{u\to 0}(1+au)^{\frac{b}{u}} = e^{ab}$$

$$\lim_{u\to\infty}\left(1+\frac{a}{u}\right)^{bu} = e^{ab}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^n \times n^{\frac{1}{n}}}{(n+2)^n} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+2}\right)^n \times \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{2}{n+2}\right)^n \times \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n} = e^{-2}$$

($\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n} = 1$)

۶۲- مقدار $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\tan 2x}$ کدام است؟ (فلسفه علم - ۹۵)

۱) e^{-1} ۲) ۱ ۳) e ۴) حد موجود نیست.

$$A = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\tan 2x} \rightsquigarrow \ln A = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} (\tan 2x)\ln(\tan x)$$

$$\ln A = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(\tan x)}{\cot g\, 2x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\frac{1+\tan^2 x}{\tan x}}{-2(1+\cot g^2 2x)} = -1 \rightsquigarrow A = e^{-1}$$

۶۶- مقدار $\int_{-2}^{2} \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx$ کدام است؟ (فلسفه علم - ۹۵)

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

$$\int_{-2}^{2} \underbrace{\ln(x+\sqrt{x^2+1})}_{\underbrace{sh^{-1}x}_{\text{فرد}}} dx = 0$$

0 ✓

$\pm\infty$ ✓

۱۲۹- فرض‌کنید $f(x)=\int_{1}^{x}\frac{\ln t}{1+t}dt$؛ که $x>0$. در این صورت $f(2)+f(\frac{1}{2})$، کدام است؟ (صنایع - ۹۵)

۱) $\ln 2$
۲) $\frac{1}{2}\ln 2$
۳) $(\ln 2)^2$
۴) $\frac{1}{2}(\ln 2)^2$

$$f(x)+f(\frac{1}{x}) = \int_{1}^{x}\frac{\ln t}{t}dt = \frac{1}{2}(\ln x)^2$$

$$f(2)+f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$$

۳۱- مقدار $\lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{\sqrt[3]{2}}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt[3]{n}}}{2\sqrt[3]{n^2}}$ ، کدام است؟ (ریاضی- ۹۵)

۱) $\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{3}$

$$1^p+2^p+3^p+\ldots+n^p \simeq \frac{n^{p+1}}{p+1} \quad (n\to\infty)$$

انتگرال

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^{-\frac{1}{2}}+2^{-\frac{1}{2}}+3^{-\frac{1}{2}}+\ldots+n^{-\frac{1}{2}}}{2n^{\frac{1}{2}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{1}n^{\frac{1}{2}}}{2n^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{2}$$

۳۳- مقدار $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(ax)-e^{\frac{a^2x^2}{2}}}{x^4}$ ، که در آن a عدد ثابت است، کدام است؟ (ریاضی- ۹۵)

۱) $-\frac{1}{12}a^4$ ۲) $-\frac{a^4}{8}$ ۳) $\frac{a^4}{8}$ ۴) $\frac{1}{12}a^4$

$$e^u = 1+u+\frac{u^2}{2!}+\ldots \qquad \cos u = 1-\frac{u^2}{2!}+\frac{u^4}{4!}-\ldots$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(1-\frac{a^2x^2}{2!}+\frac{a^4x^4}{4!}\right)-\left(1-\frac{a^2x^2}{2}+\frac{a^4x^4}{8}\right)}{x^4} = -\frac{1}{12}a^4$$

۳۱- مقدار $\lim_{x\to+\infty}(x-\ln\cosh x)$ کدام است؟ (علوم کامپیوتر- ۹۵)

۱) $\frac{-\ln 2}{2}$ ۲) $-\ln 2$

۳) $\frac{\ln 2}{2}$ ۴) $\ln 2$

$$\underset{x\to\infty}{Ch x} \simeq \frac{1}{2}e^{x} \longrightarrow \underset{x\to\infty}{Ln(Ch x)} = Ln\left(\frac{e^{x}}{2}\right) = x - Ln 2$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(x - \underbrace{Ln(Ch x)}_{x-Ln2}\right) = Ln 2$$

۳۳- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$ کدام است؟ (علوم کامپیوتر- ۹۵)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱

۳) $\frac{\pi}{2}$ ۴) سری واگراست

$$Ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}x^{n}}{n}$$

$$Ln(2) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots = 1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \cdots\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left\{\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right\} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \cdots\right) = 1$$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n} = Ln 2$, $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \cdots\right) = 1 - Ln 2$

$$Ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n} \qquad |x|<1$$

جمله اول ① / $1+x$ $= 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots$ $\qquad |x|<1$

قدرنسبت ۱-

جمله اول ① / $1+x^2$ $= 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \cdots$ $\qquad |x|<1$

قدرنسبت ۱-

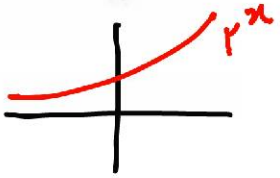
انتگرال ↓

$$\arctg x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} \qquad |x|<1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$$

$$\sum \frac{f(n) \pm g(n)}{f(n)\,g(n)} = \sum \left\{ \frac{1}{g(n)} \pm \frac{1}{f(n)} \right\}$$

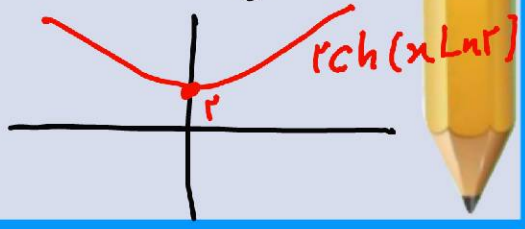
۱۵۶- برد تابع با ضابطه $f(x)=\frac{(1+2^x)^2}{2^x}$ کدام بازه است؟ (۹۵ - MBA)



۱) $[4,+\infty)$
۲) $(0,+\infty)$
۳) $[2,4]$
۴) $(2,+\infty)$

$$f(x)=\frac{1+2\times 2^x+2^{2x}}{2^x}=2^{-x}+2+2^x=2+(2^x+2^{-x})$$

$$=2+(e^{x\ln 2}+e^{-x\ln 2})=2+2\cosh(x\ln 2)$$



$$R_f:[4,+\infty)$$

۱۵۷- اگر $f(x)=2^{\frac{1}{x}}$ ، $g(x)=\log_x^2$ باشند، نمودار تابع fog در کدام نقاط با منحنی $y=x^2-x$ مشترک هستند؟ (۹۵ - MBA)

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) صفر

$$f(x)=2^{\frac{1}{x}} \qquad g(x)=\log_x^2 \qquad f(g(x))=2^{\frac{1}{g(x)}}$$

$$f(g(x))=2^{\frac{1}{\log_x^2}}=2^{\log_2^x}=x$$

$$f(g(x))=x^2-x \rightsquigarrow x=x^2-x \rightsquigarrow x^2-2x=0$$

$$x=0 \text{ غ ق ق} \quad , x=2$$

۱۲۳- مقدار حد روبه‌رو، کدام است؟ (صنایع - ۹۵)

$$\lim_{h\to 0^+}\left(\frac{\cosh(1394+h)}{\cosh(1394)}\right)^{\frac{1}{h}}$$

۱) $e^{\cosh(1394)}$

۲) $e^{\tanh(1394)}$

۳) $e^{\sinh(1394)}$

۴) $e^{\coth(1394)}$

$$\cosh(1394+h) \underset{h\to 0}{\simeq} \cosh(1394) + \sinh(1394)\,h$$

$$\boxed{f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{f'(x)}{1!}\Delta x} + \frac{f''(x)}{2!}(\Delta x)^2 + \cdots$$

$$\cosh(1394+h) = \cosh(1394) + \frac{\sinh(1394)}{1!}h + \frac{\cosh(1394)}{2!}h^2 + \cdots$$

$$\lim_{h\to 0}\left(1 + \frac{\sinh(1394)\,h}{\cosh(1394)}\right)^{\frac{1}{h}} = e^{\tanh(1394)}$$

۱۲۶- مقدار $I = \int_0^1 \mathrm{Ln}(1+x^2)\,dx$، کدام است؟ (صنایع - ۹۵)

۱) $\frac{\pi}{4}+2+\ln 2$

۲) $\frac{\pi}{2}+2+\ln 2$

۳) $\frac{\pi}{2}-2+\ln 2$

۴) $\frac{\pi}{4}+2-\ln 2$

مشتق $\downarrow \mathrm{Ln}(1+x^2)$ $\oplus$ $1 \downarrow$ مشتق

$\frac{2x}{1+x^2}$ $\ominus \int \to x$

$$I = x\,\mathrm{Ln}(1+x^2) - 2\int \frac{x^2+1-1}{1+x^2}\,dx$$

$$= \left(x\,\mathrm{Ln}(1+x^2) - 2\left[x - tg^{-1}x\right]\right)\Big|_0^1$$

$$= \mathrm{Ln}\,2 - 2 + \frac{\pi}{2}$$

۳۵- حاصل سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{2^{n+1}n!}$ کدام است؟ (عمران - ۹۵)

۱) $\sqrt{e}$

۲) $\frac{1}{2}e$

۳) $\cosh(\frac{1}{2})$

۴) $2\sinh(\frac{1}{2})$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{n+1}n!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}n!} = \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\frac{1}{2})^n}{n!} + \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\frac{1}{2})^n}{n!}$$

$$= \frac{e^{\frac{1}{2}} + e^{-\frac{1}{2}}}{2} = \cosh(\frac{1}{2})$$

۳۴- مجموع سری زیر کدام است؟ (مهندسی معدن - ۹۵)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(2^n)}{e^n}$$

۱) $\frac{e}{(e-1)^2}$

۲) $\frac{e^2}{e-1}$

۳) $\frac{e\ln 2}{e-1}$

۴) $\frac{e\ln 2}{(e-1)^2}$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \quad |x|<1$$

مشتق

$$\sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2} \rightsquigarrow \sum_{n=1}^{\infty} n x^n = \frac{x}{(1-x)^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\ln 2}{e^n} = \ln 2 \sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{1}{e}\right)^n$$

$$= \ln 2 \frac{(\frac{1}{e})}{(1-\frac{1}{e})^2} = \frac{e\ln 2}{(e-1)^2}$$

مکانیک ۹۴

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^{n}}{(n+1)!} \quad (n+1-1)$$

$$\frac{n}{(n+1)!} = \frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{n!} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n}}{(n+1)!}$$

$$e^{x} = 1 + \frac{x^{1}}{1!} + \frac{x^{2}}{2!} + \cdots$$

$$\frac{x^{1}}{1!} + \frac{x^{2}}{2!} + \frac{x^{3}}{3!} + \cdots = e^{x} - 1$$

$$= \left(\frac{(-1)^{1}}{1!} + \frac{(-1)^{2}}{2!} + \frac{(-1)^{3}}{3!} + \cdots \right) - \left(\frac{(-1)^{1}}{2!} + \frac{(-1)^{2}}{3!} + \cdots \right)$$

$$= \left\{ \frac{(-1)^{1}}{1!} + \frac{(-1)^{2}}{2!} + \frac{(-1)^{3}}{3!} + \cdots \right\} - \frac{1}{(-1)^{1}} \left\{ \frac{(-1)^{2}}{2!} + \frac{(-1)^{3}}{3!} + \cdots \right\}$$

یک جمله کم دارد — دو جمله کم دارد

$$= (e^{-1} - 1) + \left(e^{-1} - 1 - (-1) \right) = 2e^{-1} - 1$$

ریاضی ۹۶

$$\int_{0}^{\ln 2} e^{x} \ln(e^{-x} + 1)\, dx = \int_{1}^{2} u \ln\left(\frac{1}{u} + 1\right) \frac{du}{u}$$

$$e^{x} = u$$

$$e^{x} dx = du$$

$$dx = \frac{du}{e^{x}} = \frac{du}{u}$$

$$= \int_{1}^{2} \ln\left(\frac{1+u}{u}\right) du$$

$$= \int_{1}^{2} \ln(1+u)\, du - \int_{1}^{2} \ln u\, du$$

$$= \cdots$$

مرور هم ارزیها ← بسط تیلور و مک لورن

* اتحادهای مهم مثلثاتی و هیپربولیکی و لگاریتمی